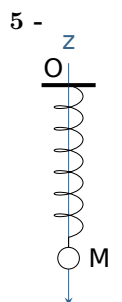
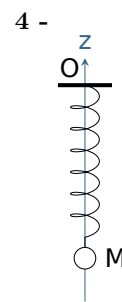
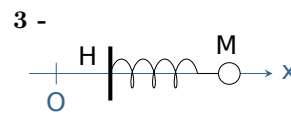
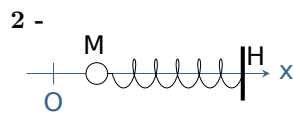
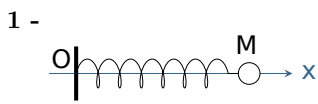


TD – Oscillateurs harmoniques

Remarque : exercice avec \star : exercice particulièrement important, à maîtriser en priorité (de même que les exemples de questions de cours des “ce qu’il faut savoir faire”) | $[\bullet \circ \circ]$: difficulté des exercices

I Vrai-faux/questions courtes _____ \star | $[\bullet \circ \circ]$

1 - Indiquer l’expression de la force de rappel du ressort dans ces différentes situations, en fonction de des caractéristiques k et l_0 du ressort, de la position x ou z du point M (repérée par rapport à l’origine en O), si nécessaire de la coordonnée x_H du point H , et de \vec{e}_x ou \vec{e}_z . On passera pour s’aider par l’expression avec \vec{u}_{ext} .



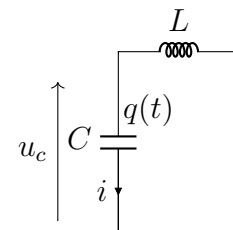
2 - (V/F) Pour justifier que $\dot{u}(0) = 0$, on peut voir ce que vaut $u(0)$ et le dériver (ceci fera 0 car $u(0)$ est une constante).

II Circuit LC _____ \star | $[\bullet \circ \circ]$

On considère le circuit LC ci-contre. On s’intéresse à la charge $q(t)$ portée par l’armature du condensateur.

Pour $t < 0$ le circuit est ouvert et la charge portée par le condensateur est Q_0 . À $t = 0$ on ferme le circuit, qui devient alors celui représenté ci-contre.

On prendra $L = 1.0 \text{ mH}$ et $C = 4.0 \text{ nF}$.



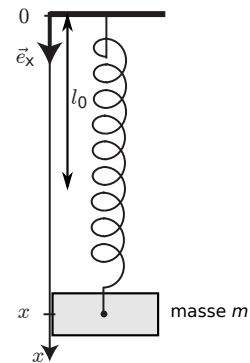
- 1 - Déterminer l’équation différentielle suivie par la charge $q(t)$.
- 2 - Déterminer l’équation différentielle suivie par la tension u_C aux bornes du condensateur.
- 3 - La résoudre.
- 4 - Donner l’allure de la solution. Tracer également l’allure du portrait de phase, en indiquant de quel point on part et le sens de parcours.
Quelle est la période des oscillations? Faire l’application numérique.
- 5 - Montrer que l’énergie totale stockée dans le circuit est constante au cours du temps.

III Système masse-ressort vertical _____ ★ | [● ○ ○]

On considère une masse m attachée à un ressort de longueur à vide l_0 et de constante de raideur k . Le tout est vertical. On négligera tout frottement. On prendra $k = 40 \text{ N/m}$, $m = 100 \text{ g}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- 1 - Déterminer l'équation différentielle suivie par la position $x(t)$.
- 2 - Quelle est l'expression de la position d'équilibre $x_{\text{éq}}$?
- 3 - On pose $u(t) = x(t) - x_{\text{éq}}$. Donner l'équation différentielle satisfaite par $u(t)$.
- 4 - La résoudre.

On considèrera qu'à l'instant initial la masse est en $x = x_{\text{éq}} + \delta$ avec δ une longueur, et on lâche la masse de cette position sans vitesse initiale.



- 5 - Donner l'allure de la solution. Tracer également l'allure du portrait de phase, en indiquant de quel point on part et le sens de parcours.

Quelle est la période des oscillations ? Faire l'application numérique.

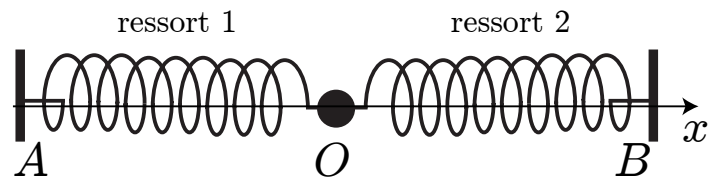
- 6 - On souhaite ensuite retrouver l'équation du mouvement de la question 1, mais en utilisant une approche énergétique.

Donner l'expression de l'énergie totale du système, en fonction notamment de $x(t)$ et $\dot{x}(t)$.

Utiliser le fait qu'elle est constante pour retrouver l'équation du mouvement.

IV Système à deux ressorts _____ [● ○ ○]

Un mobile supposé ponctuel de masse m est astreint à glisser le long d'une tige horizontale de direction Ox . Ce mobile est relié par deux ressorts linéaires à deux points fixes A et B .



Les deux ressorts sont identiques (constante de raideur k , longueur à vide l_0). On néglige tout frottement et le référentiel d'étude est galiléen.

Dans la position d'équilibre, les longueurs des ressorts sont identiques et valent $l_{\text{éq}}$, et le mobile est en O . À l'instant initial, le mobile est abandonné sans vitesse d'une position x_0 .

- 1 - Établir l'équation différentielle dont $x(t)$ est solution.
- 2 - Montrer que le système constitue un oscillateur harmonique dont on précisera la pulsation ω_0 et la période T_0 en fonction de k et m .
- 3 - Donner l'expression de $x(t)$ en tenant compte des conditions initiales.
- 4 - Donner les expressions de l'énergie potentielle élastique des deux ressorts, de l'énergie cinétique du mobile, et de l'énergie mécanique totale $E_m(t)$ en fonction de k , x_0 , ω_0 , t et éventuellement l_0 et $l_{\text{éq}}$. Par convention l'origine de l'énergie potentielle correspondra à la position d'équilibre : $E_p = 0$ pour $x = 0$.

V Vibration d'une molécule de HCl _____ [●●○]

La fréquence de vibration de la molécule de chlorure d'hydrogène HCl est mesurée par spectroscopie comme valant $f = 8,5 \times 10^{13}$ Hz. On aborde dans cet exercice un premier modèle simple de la molécule, décrite comme un atome d'hydrogène mobile relié à un atome de chlore fixe. L'interaction entre les deux atomes est modélisée par un pseudo-ressort de raideur k .

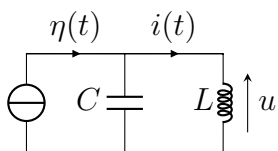
Données : masses molaires $M_{\text{H}} = 1,0 \text{ g mol}^{-1}$ et $M_{\text{Cl}} = 35,5 \text{ g mol}^{-1}$, constante d'Avogadro $N_A = 6,0 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

- 1 - Pourquoi est-il raisonnable de supposer l'atome de chlore fixe ?
- 2 - Calculer la raideur k .
- 3 - On admet (mécanique quantique) que l'énergie de la molécule est égale à $\frac{1}{2}hf$ où $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ J s}$ est la constante de Planck. La référence de l'énergie potentielle est prise nulle lorsque le ressort est à l'équilibre immobile. Calculer la vitesse maximale de l'atome d'hydrogène.
- 4 - Calculer l'amplitude de son mouvement. Comparer à la longueur $d = 127 \text{ pm}$ tabulée de la liaison H-Cl.

DM 8 – Circuit LC, étude énergétique

DM facultatif

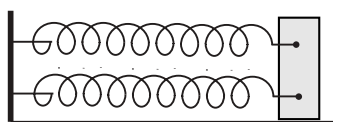
I Circuit LC et étude énergétique



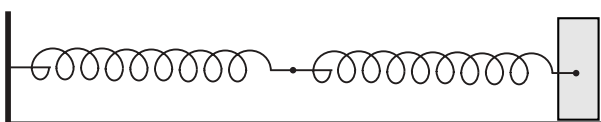
Dans le circuit ci-contre, le générateur supposé idéal est brusquement éteint (ce qui revient à ouvrir la branche du circuit contenant le générateur). On modélise ceci par un échelon de courant, $\eta(t)$ passant de I_0 à 0 à l'instant $t = 0$. On appelle $\mathcal{E}_{\text{tot}} = \mathcal{E}_C + \mathcal{E}_L$ l'énergie électrique totale stockée dans le condensateur et la bobine.

- 1 - Exprimer \mathcal{E}_{tot} en fonction de i et $\frac{di}{dt}$.
- 2 - Justifier qualitativement que \mathcal{E}_{tot} est constante. En déduire l'équation différentielle vérifiée par i .
Retrouver cette équation par application des lois de Kirchhoff.
- 3 - Établir les conditions initiales sur i et sa dérivée.
- 4 - En déduire l'expression de $i(t)$.

II Association de ressorts



association en parallèle



association en série

Association de deux ressorts en parallèle

On considère deux ressorts mis côte à côte et utilisés ensembles. Ils sont chacun de raideur k et de longueur à vide l_0 , et on néglige leur masse. On note l'_0 la longueur à vide de l'association des deux ressorts, et l' l'allongement de l'ensemble.

- 1 - Montrer que les deux ressorts sont équivalents à un seul ressort, de longueur à vide l'_0 à exprimer en fonction de l_0 et de raideur k' à exprimer en fonction de k .

Association de deux ressorts en série

On considère cette fois les deux ressorts mis bout à bout. On note l'_0 la longueur à vide de l'association des deux ressorts, et l' l'allongement de l'ensemble.

- 2 - Même question que précédemment.