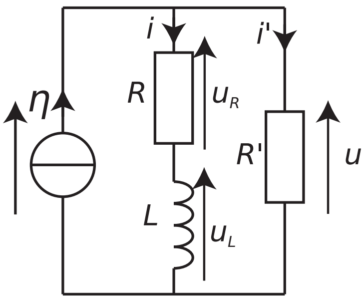
Partie V : Étude des systèmes linéaires
Chapitre 1

Correction – DM 8 – Charge d'une bobine en dérivation



1 - ⋆ Pour $t < 0$ on a $i = i' = 0$ car aucune source n'alimente le circuit. Donc $\boxed{i(0^-) = 0}$ et $\boxed{i'(0^+) = 0.}$

⋆ L'intensité traversant une bobine étant continue, on a $\boxed{i(0^+) = i(0^-) = 0.}$

⋆ Pour i' : avec la loi des nœuds on en déduit $\boxed{i'(0^+) = \eta - i(0^+) = \eta.}$

On remarque que $i'(t)$ n'est pas continue en $t = 0$. Rien d'étonnant, il ne s'agit pas du courant traversant une bobine, il peut donc être continu ou non.

2 - ⋆ Loi des nœuds : $\eta = i + i'$.

⋆ Loi des mailles : $u = u_R + u_L$

$$\begin{aligned}
&\Rightarrow R'i' = Ri + L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}\\
&\Rightarrow R'(\eta - i) = Ri + L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}\\
&\Rightarrow R'\eta = (R' + R)i + L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}\\
&\Rightarrow \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{R' + R}{L}i = \frac{R'\eta}{L}\\
&\Rightarrow \boxed{\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{i}{\tau} = \frac{R'\eta}{L} \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{L}{R + R'}.}
\end{aligned}$$

L'unité de τ est la seconde.

3 - Il faut résoudre l'équation précédente.

⋆ Solution de l'équation homogène : $i_H(t) = A\mathrm{e}^{-t/\tau}$.

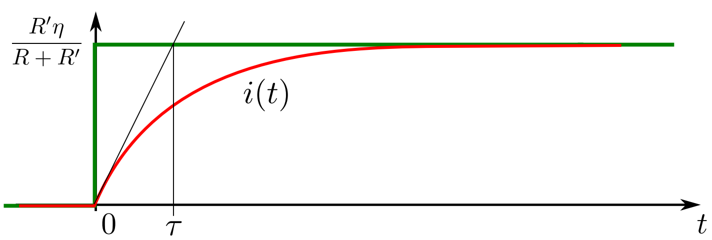
⋆ Solution particulière : elle est constante, donc $\dfrac{\mathrm{d}i_P}{\mathrm{d}t} = 0$ et il reste $\dfrac{i_P}{\tau} = \dfrac{R'\eta}{L}$, d'où $i_P = \tau\dfrac{R'\eta}{L} = \dfrac{R'\eta}{R + R'}$.

⋆ D'où la solution générale : $i(t) = i_H(t) + i_P = A\mathrm{e}^{-t/\tau} + \dfrac{R'\eta}{R + R'}$.

⋆ Constante d'intégration : on sait que $i(0^+) = 0$, or $i(0^+) = A + \dfrac{R'\eta}{R + R'}$, donc $A = -\dfrac{R'\eta}{R + R'}$.

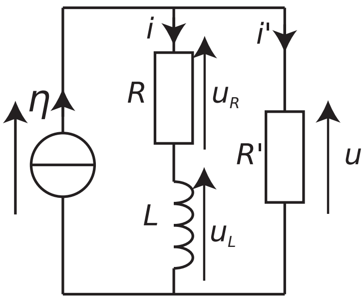
⋆ Finalement : $i(t) = -\dfrac{R'\eta}{R + R'}\mathrm{e}^{-t/\tau} + \dfrac{R'\eta}{R + R'}$, soit encore : $\boxed{i(t) = \dfrac{R'\eta}{R + R'}\left(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau}\right).}$

4 - Allure de $i(t)$:



Partie V : Étude des systèmes linéaires
Chapitre 1

Correction – DM 8 – Charge d'une bobine en dérivation



1 - ⋆ Pour $t < 0$ on a $i = i' = 0$ car aucune source n'alimente le circuit. Donc $\boxed{i(0^-) = 0}$ et $\boxed{i'(0^-) = 0.}$

⋆ L'intensité traversant une bobine étant continue, on a $\boxed{i(0^+) = i(0^-) = 0.}$

⋆ Pour i' : avec la loi des nœuds on en déduit $\boxed{i'(0^+) = \eta - i(0^+) = \eta.}$

On remarque que $i'(t)$ n'est pas continue en $t = 0$. Rien d'étonnant, il ne s'agit pas du courant traversant une bobine, il peut donc être continu ou non.

2 - ⋆ Loi des nœuds : $\eta = i + i'$.

⋆ Loi des mailles : $u = u_R + u_L$

$$\Rightarrow R'i' = Ri + L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$
$$\Rightarrow R'(\eta - i) = Ri + L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$
$$\Rightarrow R'\eta = (R' + R)i + L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$
$$\Rightarrow \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{R' + R}{L}i = \frac{R'\eta}{L}$$
$$\Rightarrow \boxed{\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{i}{\tau} = \frac{R'\eta}{L} \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{L}{R + R'}.}$$

L'unité de τ est la seconde.

3 - Il faut résoudre l'équation précédente.

⋆ Solution de l'équation homogène : $i_H(t) = A\mathrm{e}^{-t/\tau}$.

⋆ Solution particulière : elle est constante, donc $\frac{\mathrm{d}i_P}{\mathrm{d}t} = 0$ et il reste $\frac{i_P}{\tau} = \frac{R'\eta}{L}$, d'où $i_P = \tau\frac{R'\eta}{L} = \frac{R'\eta}{R + R'}$.

⋆ D'où la solution générale : $i(t) = i_H(t) + i_P = A\mathrm{e}^{-t/\tau} + \frac{R'\eta}{R + R'}$.

⋆ Constante d'intégration : on sait que $i(0^+) = 0$, or $i(0^+) = A + \frac{R'\eta}{R + R'}$, donc $A = -\frac{R'\eta}{R + R'}$.

⋆ Finalement : $i(t) = -\frac{R'\eta}{R + R'}\mathrm{e}^{-t/\tau} + \frac{R'\eta}{R + R'}$, soit encore : $\boxed{i(t) = \frac{R'\eta}{R + R'}\left(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau}\right).}$

4 - Allure de $i(t)$: