Partie V : Étude des systèmes linéaires
Chapitre 5

TP 15 – Associations de filtres

Matériel : Oscilloscope, GBF, carte d'acquisition et logiciel Latis Pro, $C = 100\,\mathrm{nF}$ ($\times 2$), $R = 1{,}0\,\mathrm{k\Omega}$ ($\times 2$), ALI et son alimentation, plaquette.

Objectifs : Comprendre comment associer plusieurs filtres les uns à la suite des autres pour concevoir un filtre plus complexe, tout en gérant l'adaptation d'impédance.

I Mise en cascade de filtres

I.1 Filtres passe-bas et passe-haut

1 - À l'aide d'une résistance R et d'une capacité C, proposer un montage (donc faire un schéma) permettant de réaliser un filtre passe-bas du premier ordre de fréquence de coupure $f_c = 1\,\mathrm{kHz}$ environ (on précisera la valeur exacte).

2 - De même, proposer un montage permettant de réaliser un filtre passe-haut de même fréquence de coupure.

3 - Réaliser ces deux montages et vérifier rapidement que le comportement attendu est le bon (prendre un signal d'entrée sinusoïdal et faire un balayage en fréquence).

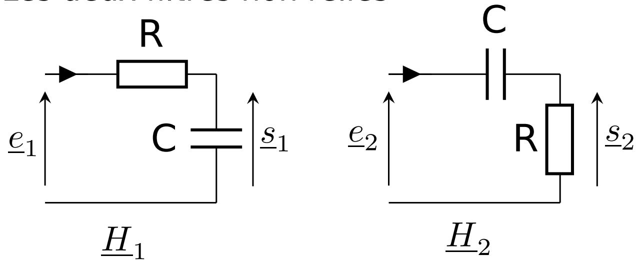
I.2 Mise en cascade

On souhaite associer les deux filtres précédents afin de réaliser un filtre passe-bande. On va dans un premier temps simplement mettre les deux filtres en cascade : on relie la sortie du filtre passe-bas à l'entrée du filtre passe-haut.

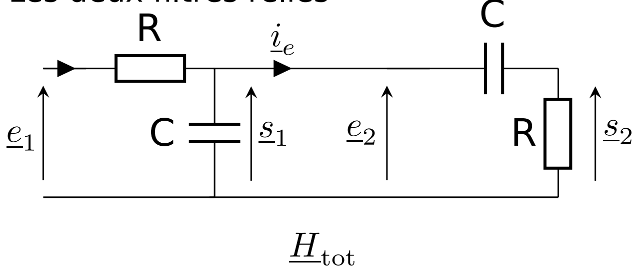
L'idée est que le premier filtre coupe les hautes fréquences, le second les basses fréquences, et donc l'ensemble forme un passe bande. C'est bien correct, mais que vaut précisément la fonction de transfert de cet assemblage ?

Notons $\underline{H}_1 = \underline{s}_1/\underline{e}_1$ et $\underline{H}_2 = \underline{s}_2/\underline{e}_2$ les fonctions de transfert des filtres 1 et 2 lorsqu'ils sont en "sortie ouverte", c'est-à-dire lorsque rien n'est connecté sur leur sortie (comme sur le schéma du haut ci-contre).

Les deux filtres non reliés



Les deux filtres reliés



Comme nous relions la sortie s_1 à l'entrée e_2 (cf schéma ci-contre, donc $s_1 = e_2$), nous nous attendons simplement à avoir :

$$\underline{H}_{\text{tot}} \underset{\text{par définition}}{\underset{\uparrow}{=}} \frac{\underline{s_2}}{\underline{e_1}} \underset{\text{car s1=e2}}{\underset{\uparrow}{=}} \frac{\underline{s_2}}{\underline{e_2}} \times \frac{\underline{s_1}}{\underline{e_1}} \underset{\text{par définition}}{\underset{\uparrow}{=}} \underline{H}_2 \times \underline{H}_1,$$

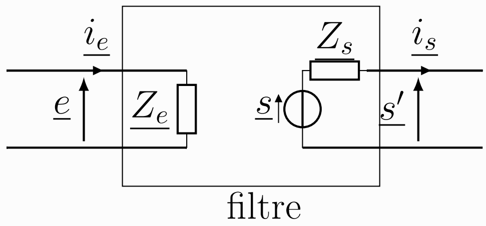
c'est-à-dire une multiplication entre elles des fonctions de transfert.

Ce n'est en réalité pas le cas, car la fonction de transfert $\underline{H}_1$ du filtre 1 est valable si celui-ci est en "sortie ouverte", c'est-à-dire si aucun courant ne parcourt la branche où il y a i_e (cf schéma ci-dessus). Le fait de le connecter à un second filtre modifie ceci : $i_e \neq 0$ à priori, et donc nos calculs pour établir $\underline{H}_1$ changent.

Posons quelques définitions :

Définition : impédances d'entrée et de sortie d'un filtre

On peut modéliser tout filtre comme sur le schéma ci-contre.

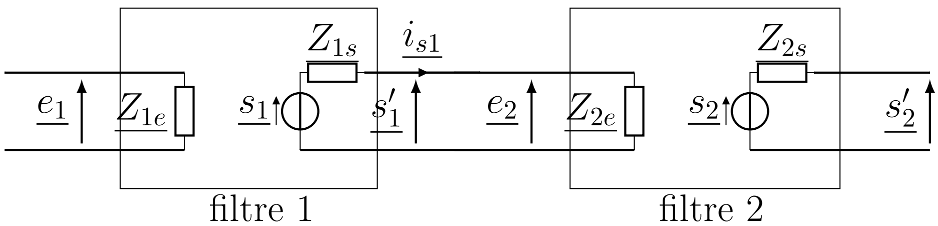


- **L'impédance d'entrée du filtre** est $\underline{Z_e}$. On remarque que $\underline{Z_e} = \dfrac{\underline{e}}{\underline{i_e}}$.
- **L'impédance de sortie du filtre** est $\underline{Z_s}$. Le filtre est vu comme un générateur de Thévenin d'impédance de sortie $\underline{Z_s}$.
- Un filtre est **en sortie ouverte** lorsque son courant de sortie est nul : $\underline{i_s} = 0$.

  On suppose toujours ceci pour calculer sa fonction de transfert.

  Par définition $\underline{H} = \dfrac{\underline{s}}{\underline{e}}$ (et non pas $\underline{s'}/\underline{e}$).

Mettons en cascade deux filtres :



Il y a deux problèmes qui font que $\underline{H}_{\text{tot}} \neq \underline{H_1}\,\underline{H_2}$:

- $\underline{H_1}$ n'est plus le même que dans nos calculs car $\underline{i_{s1}} \neq 0$.

  Pour résoudre ce problème il faut $\underline{Z_{2e}}$ très grand, car $\underline{i_{s1}} = \underline{e_2}/\underline{Z_{e2}}$.

- On voit que $\underline{e_2} \neq \underline{s_1}$. On a en fait $\underline{e_2} = \underline{s_1} \times \dfrac{\underline{Z_{e2}}}{\underline{Z_{e2}} + \underline{Z_{s1}}}$.

Bilan : on résout ces deux problèmes si $\underline{Z_{e2}} \gg \underline{Z_{s1}}$.

4 - Démontrer les deux relations ci-dessus : $\underline{i_{s1}} = \underline{e_2}/\underline{Z_{e2}}$ et $\underline{e_2} = \underline{s_1} \times \dfrac{\underline{Z_{e2}}}{\underline{Z_{e2}} + \underline{Z_{s1}}}$.

Montrer qu'on a bien $\underline{e_2} \neq \underline{s_1}$ si $\underline{Z_{2e}} \gg \underline{Z_{1s}}$.

Conclusion sur l'adaptation d'impédance (à retenir)

Lorsque l'on connecte un bloc 1 de fonction de transfert en sortie ouverte $\underline{H_1}$ à un bloc 2 de fonction de transfert en sortie ouverte $\underline{H_2}$, il n'y a pas de modifications inattendues à condition que l'impédance de sortie du bloc 1 soit petite devant l'impédance d'entrée du bloc 2 :

$$\boxed{\underline{Z}_{1\,\text{sortie}} \ll \underline{Z}_{2\,\text{entrée}}.}$$

Quand c'est le cas on dit qu'il y a **adaptation d'impédance**.

C'est seulement à cette condition que la fonction de transfert totale est

$$\boxed{\underline{H}_{\text{tot}} = \underline{H}_2 \times \underline{H}_1.}$$

Dans la suite, nous allons réaliser les deux options : pas d'adaptation d'impédance, et donc à priori $\underline{H}_{\text{tot}} \neq \underline{H}_2 \times \underline{H}_1$; et adaptation d'impédance avec un montage suiveur pour avoir $\underline{H}_{\text{tot}} = \underline{H}_2 \times \underline{H}_1$. Nous allons voir qu'on obtient bien à chaque fois un passe-bande, mais de facteur de qualité différent (que l'on va mesurer).

a/ Mise en cascade sans adaptation d'impédance

5 - Réaliser l'association des deux filtres en cascade, comme sur le schéma au début du I.2.

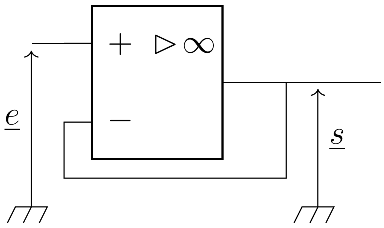
Proposer alors un protocole permettant de mesurer les deux fréquences de coupure (rappelez-vous de la définition de ces fréquences). Mettre en œuvre ce protocole.

6 - On indique que pour ce type de filtre, le facteur de qualité est donné par $Q = f_0/\Delta f$, avec Δf la largeur de la bande passante et $f_0 = 1/(2\pi RC)$ la fréquence de résonance. En déduire la valeur du facteur de qualité de votre montage.

b/ Mise en cascade avec adaptation d'impédance

Une solution pour adapter les impédances est d'utiliser un montage suiveur. Un tel montage réalise la fonction de transfert $\underline{H}_{\text{suiveur}} = 1$, donc $\underline{s} = \underline{e}$. Son intérêt est que son courant d'entrée i_e est quasi-nul. Ceci revient à dire que son impédance d'entrée est quasi-infinie. De plus, son impédance de sortie est très faible. On est donc bien dans l'approximation qui permet d'avoir multiplication des fonctions de transfert.

Schéma du montage suiveur ci-contre. Il est précablé sur vos tables. Le composant central est un ALI (amplificateur linéaire intégré), qui sera étudié l'an prochain. Il est nécessaire de l'alimenter avec une tension continue, et de relier sa masse aux autres masses du montage.

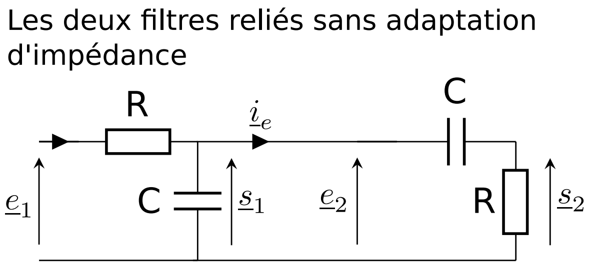


7 - Réaliser la mise en cascade des deux filtres, en intercalant entre les deux un suiveur (m'appeler avant de mettre en marche).

Puis en procédant comme précédemment, mesurer le facteur de qualité du filtre.

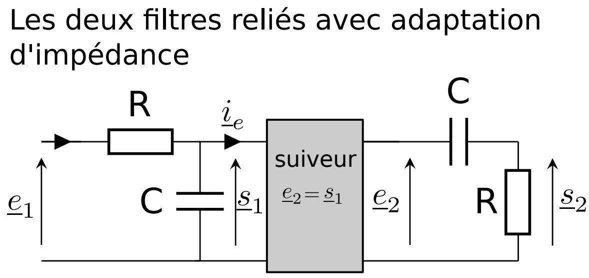
c/ Comparaison

Une étude complète des deux situations montre que les fonctions de transfert globales sont bien différentes :



$$\underline{H}_{\text{tot}} = \frac{\mathrm{j}\frac{\omega}{\omega_0}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + 3\mathrm{j}\frac{\omega}{\omega_0}}$$

$Q = 1/3$



$$\underline{H}_{\text{tot}} = \underline{H}_1 \times \underline{H}_2 = \frac{\mathrm{j}\frac{\omega}{\omega_0}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + 2\mathrm{j}\frac{\omega}{\omega_0}}$$

$Q = 1/2$

On a posé $\omega_0 = 1/(RC)$ dans la figure ci-dessus. On voit donc que sans adaptation d'impédance, on a un passe-bande de facteur de qualité $Q = 1/3$, alors qu'avec adaptation d'impédance on bien multiplication des fonctions de transfert des filtres individuels et un passe-bande de facteur de qualité $Q = 1/2$.

8 - Vos mesures précédentes confirment-elles ceci ?

9 - Faites les calculs théoriques qui mènent aux expressions des fonctions de transfert ci-dessus, d'abord dans le cas de droite où on a simplement $\underline{H}_{\text{tot}} = \underline{H}_1\,\underline{H}_2$.