

TP 11 – Régime transitoire du circuit RLC

Matériel : Oscilloscope, GBF, carte d'acquisition et logiciel Latis Pro, $L \simeq 40$ mH (petite bobine pour plaquette), $C = 100$ nF, R variable, plaquette.

Objectifs : Étudier expérimentalement le circuit RLC série, visualiser les différents régimes ; vérifier expérimentalement la validité des formules établies en cours.

Rappels théoriques

Le comportement d'un circuit du deuxième ordre est complètement régi par les deux paramètres de sa forme canonique : sa **pulsation propre** ω_0 et son **facteur de qualité** Q .

Dans un circuit RLC **série**, la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur vérifie l'équation différentielle

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{du_C}{dt} + \omega_0^2 u_C = \alpha, \quad \text{avec } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{et} \quad Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad (1)$$

où :

- $\alpha = 0$ si le générateur de tension passe d'une valeur E à la valeur nulle,
- $\alpha = \omega_0^2 E$ s'il passe de 0 à une valeur E constante.

I Étude qualitative

- 1 - Proposer un montage (= schéma) permettant d'étudier la réponse d'un circuit RLC à un échelon de tension (allant de 0 à quelques volts) en visualisant à l'oscilloscope d'une part l'échelon de tension imposé par le GBF et d'autre part la tension aux bornes du condensateur. Câbler ce montage sur votre paillasse.
- 2 - En faisant varier la résistance, identifier les trois différents types de régimes transitoires. Reproduire l'allure des signaux pour chacun, les nommer, indiquer la valeur de R correspondante.
- 3 - Vérifier qualitativement et rapidement que la durée du régime transitoire dépend comme prévu de la valeur de la résistance R .
- 4 - Estimer la valeur critique de la résistance pour laquelle on est à la limite entre un régime pseudo-périodique et un régime aperiodique. On estimera l'incertitude sur cette valeur.
Comparer à la valeur attendue d'après la théorie et conclure quant à l'accord. D'où peut venir une différence ?
- 5 - Se placer en régime *nettement* pseudo-périodique : faire en sorte de voir au moins une dizaine d'oscillations.
Mesurer alors leur période T (appelée pseudo-période) et comparer à la période propre $T_0 = 2\pi/\omega_0$ du circuit. Y a-t-il une différence significative ?
Est-ce que cela était attendu étant donnée les formules théoriques donnant T et T_0 (qu'on rappellera) ?

II Mesure du facteur de qualité en régime pseudo-périodique : méthode du décrétement logarithmique

Rappelons la forme des solutions dans le cas particulier où $Q > 1/2$:

$$u_C(t) = U_p + (A \cos(\Omega t) + B \sin(\Omega t)) e^{-\mu t} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \mu = \frac{\omega_0}{2Q} \\ \Omega = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} \end{cases} \quad (2)$$

Dans cette écriture, A et B sont deux constantes dépendant des conditions initiales, et U_p la valeur constante prise par la tension u_C une fois le régime permanent continu atteint (donc soit 0 si le générateur est coupé, soit E si le générateur passe à une valeur E).

Document : le décrétement logarithmique

Soit x une grandeur pseudo-harmonique dont l'amplitude décroît exponentiellement avec un temps caractéristique τ :

$$x(t) = X_0 \cos(\omega t + \varphi) e^{-t/\tau}. \quad (3)$$

On appelle décrétement logarithmique de x la quantité

$$\delta = \ln \frac{x(t)}{x(t+T)}. \quad \text{avec} \quad T = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (4)$$

On peut montrer (cf exercice de TD) que δ ne dépend pas du temps, et vaut $\delta = \frac{2\pi}{\omega\tau}$.

Sa mesure est simple expérimentalement, par exemple en repérant les maximums d'oscillation de $x(t)$ et en mesurant le rapport des valeurs de x pour deux maxima consécutifs.

Ceci constitue un moyen rapide d'accéder au temps caractéristique τ de la décroissance.

6 - À l'aide de l'encadré précédent, proposer et mettre en œuvre un protocole de mesure du facteur de qualité du circuit. Choisir une valeur de résistance telle que le transitoire soit *nettement* pseudo-périodique : faire en sorte de voir une dizaine d'oscillations (on pourra alors faire certaines approximations).

On fera l'étude à la décharge, lorsque le générateur passe d'une valeur E positive à la valeur *nulle* (sinon on n'est pas dans le cas de l'équation 3).

On détaillera chaque étape du raisonnement. On fera un schéma du signal étudié sur lequel on portera ce que l'on mesure et comment.

7 - À l'aide de Latis Pro et de la carte d'acquisition, tracer le portrait de phase du système (tracé de $u_c(t)$ en abscisse et de $\dot{u}_c(t)$ en ordonnée ; on réfléchira à comment enregistrer une grandeur proportionnelle à $\dot{u}_c(t)$...).

8 - Si le temps le permet, montrer en s'appuyant sur le protocole précédent de mesure de Q que le facteur de qualité du circuit RLC série est bien proportionnel à $1/R$.