

Condensateurs et bobines

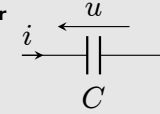
① Dipôles capacitifs et inductifs

1 - Condensateur

$$q = Cu$$

$$i = C \frac{du}{dt}$$

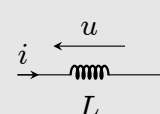
Énergie stockée : $E = \frac{1}{2}Cu^2$



2 - Bobine

$$u = L \frac{di}{dt}$$

Énergie stockée : $E = \frac{1}{2}Li^2$



Ce qu'il faut connaître

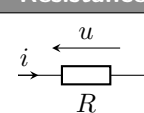
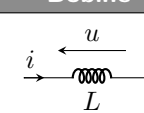
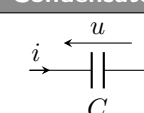
- ▶₁ ★ Quelles sont les lois de comportement (relation entre u et i) d'un condensateur et d'une bobine (en convention récepteur) ?
- ▶₂ Donner des ordres de grandeurs des capacités et inductances utilisées en TP.
- ▶₃ À quoi est équivalent un condensateur en régime continu ? Et une bobine ?
- ▶₄ ★ Quelle est l'expression de l'énergie stockée par un condensateur ? et par une bobine ?
En déduire la grandeur nécessairement continue pour un condensateur ou une bobine.

Méthodes

Trouver l'équation qui décrit un circuit électrique

- ▶ Faire un schéma, sur lequel on reporte les courants et les tensions (en convention récepteur pour R , L ou C , générateur pour les générateurs).
- ▶ Écrire les lois de comportement ($u_R = Ri$, $u_L = L \frac{di}{dt}$, $i_c = C \frac{du_c}{dt}$).
- ▶ Écrire une/des loi des mailles, ou loi des nœuds, ou diviseur de tension ou de courant selon les cas.
- ▶ Manipuler le tout pour arriver à l'équation voulue !

Résumé sur les dipôles :

Propriété	Résistance	Bobine	Condensateur
Symbole normalisé			
Loi de comportement	$u = Ri$	$u = L \frac{di}{dt}$	$i = C \frac{du}{dt}$ $q = Cu$
Dipôle équivalent en basses fréquences ($\omega \sim 0$)	Résistance R	Fil	Interrupteur ouvert
Dipôle équivalent en hautes fréquences ($\omega \rightarrow +\infty$)	Résistance R	Interrupteur ouvert	Fil
Puissance reçue $P = ui$	$P = Ri^2 = u^2/R$		
Énergie stockée	aucune	$E = \frac{1}{2}Li^2$	$E = \frac{1}{2}Cu^2$
Grandeur physique nécessairement continue	aucune	i	u

Remarques importantes :

- Les lois de comportement sont valables uniquement en convention récepteur (la flèche du potentiel va à contre-courant !). Dans le cas contraire, il faudrait mettre un moins dans la loi de comportement.
- La grandeur physique nécessairement continue est avant tout l'énergie stockée. On en déduit ensuite que pour une bobine, comme $E \propto i^2$ (E proportionnel à i^2), alors i est continue. Pour un condensateur, comme $E \propto u^2$, alors u est continue. Enfin, une résistance ne stockant aucune énergie, i et u peuvent être discontinus.

Ordres de grandeurs de composants utilisés en TP, et en général dans des circuits de commande :

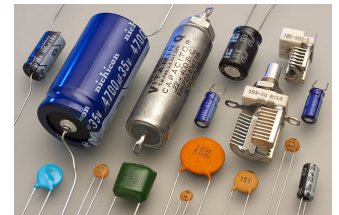
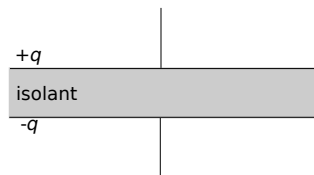
Résistance	Condensateur	Bobine
100 Ω à 1 M Ω	1 nF à 1 μ F	1 mH à 1 H

Cours

I – Dipôles capacitifs et inductifs

1 – Condensateur

Un condensateur est un composant électronique composé de deux plaques conductrices qui se font face, séparées par un isolant (appelé diélectrique : cela peut être de l'air, un gel spécial...).



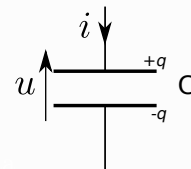
Si on impose une tension U entre les plaques, il y a accumulation d'une charge électrique $+q$ sur une des armatures, et $-q$ sur l'autre, afin de compenser cette différence de potentiel.

a/ Modèle idéal

On modélise le fonctionnement d'un condensateur parfait (démonstration l'an prochain en électromagnétisme).

Schéma et loi de comportement

- Convention récepteur.
- La charge accumulée est proportionnelle à la tension : $q = Cu$.
- C est la capacité du condensateur. Unité : le farad (F).
- On a aussi la relation $i = C \frac{du}{dt}$.



\rightsquigarrow_1 Démontrer la seconde relation ci-dessus à partir de la première.

On dérive la relation $q = Cu$ par rapport au temps : $\frac{dq}{dt} = C \frac{du}{dt}$. Or $i = \frac{dq}{dt}$. Donc on a bien $i = C \frac{du}{dt}$.

b/ En régime stationnaire ou continu

\rightsquigarrow_2 Que vaut le courant i traversant le condensateur en régime stationnaire ?

$u = \text{cst}$ donc $\frac{du}{dt} = 0$ donc $i = C \frac{du}{dt} = 0$.

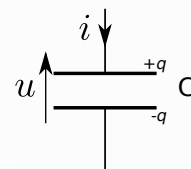
\Rightarrow Le condensateur est équivalent à un interrupteur ouvert.

c/ Énergie stockée

Énergie stockée

Un condensateur emmagasine de l'énergie sous la forme du champ électrique créé par les charges.

L'énergie reçue, ou stockée, par le condensateur à l'instant t est $E = \frac{1}{2} Cu^2(t)$.



↪₃ Démonstration :

$$\text{Puissance reçue : } \mathcal{P}_r = u \times i = u \times C \frac{du}{dt} = \frac{1}{2} C \frac{du^2}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} C u^2 \right).$$

Or $\mathcal{P}_r = \frac{dE}{dt}$, dérivée de l'énergie reçue.

Donc l'énergie reçue ou stockée est $E = \frac{1}{2} C u^2$.

d/ Continuité de la tension

L'énergie est une fonction continue du temps (sinon la puissance est infinie).

⇒ La tension $u(t)$ aux bornes d'un condensateur est une fonction continue de t .

2 – Bobine

Une bobine est un enroulement de fils. Le courant qui parcourt les fils crée un champ magnétique. Les variations temporelles de ce champ induisent des effets d'induction (voir chapitre en fin d'année).



a/ Modèle idéal

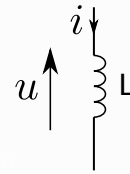
On modélise le fonctionnement d'une bobine parfaite (démonstration cette année et l'an prochain en électromagnétisme).

Schéma et loi de comportement

▶ Convention récepteur.

▶ Loi de comportement : $u = L \frac{di}{dt}$.

▶ L est l'inductance de la bobine. Unité : le henry (H).



Remarque : Si l'enroulement de fil est très long, il peut être nécessaire de prendre en compte sa résistance. La bobine est alors modélisée par une bobine idéale en série avec une résistance r .

b/ En régime stationnaire ou continu

↪₄ Que vaut la tension u aux bornes d'une bobine en régime stationnaire ?

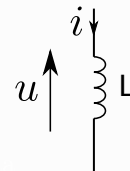
$i = \text{cst}$ donc $\frac{di}{dt} = 0$ donc $u = L \frac{di}{dt} = 0$. ⇒ La bobine est équivalente à un interrupteur fermé ou à un fil.

c/ Énergie stockée

Énergie stockée

Une bobine emmagasine de l'énergie sous la forme du champ magnétique créé par le courant.

L'énergie reçue, ou stockée, par la bobine à un instant t est $E = \frac{1}{2} L i^2(t)$.



↪₅ Démonstration :

$$\text{Puissance reçue : } \mathcal{P}_r = u \times i = L \frac{di}{dt} \times i = \frac{1}{2} L \frac{di^2}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} L i^2 \right).$$

Or $\mathcal{P}_r = \frac{dE}{dt}$, dérivée de l'énergie reçue.

Donc l'énergie reçue ou stockée est $E = \frac{1}{2} L i^2$.

d/ Continuité du courant

L'énergie est une fonction continue du temps (sinon la puissance est infinie).

⇒ Le courant $i(t)$ traversant une bobine est une fonction continue de t .