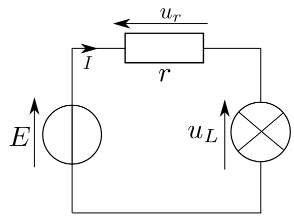
Électrocinétique

Correction – DM – Lampe de poche

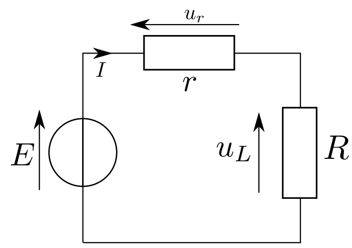
1 - Schéma :



2 - On modélise la lampe par une résistance R.

Elle reçoit une puissance : $\mathcal{P} = u_L I = RI^2$.

Or $E = (R+r)I$, donc $I = \dfrac{E}{R+r}$, et donc $\boxed{\mathcal{P} = R\dfrac{E^2}{(R+r)^2}.}$



3 - On considère la fonction $f(R) = \dfrac{R}{(R+r)^2}$. Il s'agit de trouver la valeur de R pour laquelle elle est maximale.

$f'(R) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad (r+R)^2 - R \times 2(r+R) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad (r+R) = 2R \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{R = r.}$

On peut vérifier que c'est bien un maximum car $f(0) = 0$ et $f(+\infty) = 0$ et $f(R>0) > 0$, donc il y a nécessairement passage par un maximum.

4 - Avec $R = r$, on a $\mathcal{P} = r\dfrac{E^2}{(2r)^2} = \dfrac{E^2}{4r}$. D'où une énergie délivrée pendant une durée T : $\boxed{\mathcal{E} = \dfrac{E^2}{4r}T = 3240\,\mathrm{J}.}$

Le courant est $I = \dfrac{E}{R+r} = \dfrac{E}{2r}$, d'où $\boxed{I = 0{,}3\,\mathrm{A}.}$

La charge débitée est $\boxed{Q = I \times T = 1080\,\mathrm{C}.}$

5 - Notons $Q_h = 1080\,\mathrm{C/h}$ la charge débitée par heure de fonctionnement.

La charge que peut débiter une pile est $Q_{\text{pile}} = 1{,}25\,\mathrm{A} \times 3600\,\mathrm{s} = 4500\,\mathrm{C}$.

Les piles étant en série, elles débitent toutes le même courant et donc la même charge : lorsqu'une pile débite 1 C, les autres également. Les piles se vident donc toutes au même rythme et les ajouter en série n'améliore pas l'autonomie.

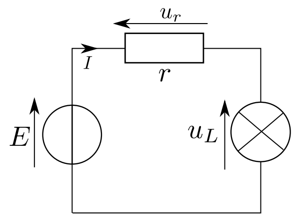
La durée de fonctionnement est donc $\boxed{t = \dfrac{Q_{\text{pile}}}{Q_h} = 4{,}17\,\mathrm{h}.}$

Remarque : C'est lorsque les piles sont en dérivation (et non pas en série) que leurs autonomies s'ajoutent. En effet s'il y a par exemple quatre piles en dérivation, chaque pile débite un courant quatre fois moindre et donc une charge quatre fois moindre.

Électrocinétique

Correction – DM – Lampe de poche

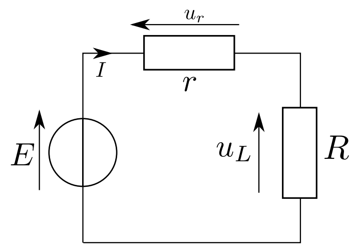
1 - Schéma :



2 - On modélise la lampe par une résistance R.

Elle reçoit une puissance : $\mathcal{P} = u_L I = RI^2$.

Or $E = (R+r)I$, donc $I = \dfrac{E}{R+r}$, et donc $\boxed{\mathcal{P} = R\dfrac{E^2}{(R+r)^2}.}$



3 - On considère la fonction $f(R) = \dfrac{R}{(R+r)^2}$. Il s'agit de trouver la valeur de R pour laquelle elle est maximale.

$f'(R) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad (r+R)^2 - R \times 2(r+R) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad (r+R) = 2R \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{R = r.}$

On peut vérifier que c'est bien un maximum car $f(0) = 0$ et $f(+\infty) = 0$ et $f(R > 0) > 0$, donc il y a nécessairement passage par un maximum.

4 - Avec $R = r$, on a $\mathcal{P} = r\dfrac{E^2}{(2r)^2} = \dfrac{E^2}{4r}$. D'où une énergie délivrée pendant une durée T : $\boxed{\mathcal{E} = \dfrac{E^2}{4r}T = 3240\,\text{J}.}$

Le courant est $I = \dfrac{E}{R+r} = \dfrac{E}{2r}$, d'où $\boxed{I = 0{,}3\,\text{A}.}$

La charge débitée est $\boxed{Q = I \times T = 1080\,\text{C}.}$

5 - Notons $Q_h = 1080\,\text{C/h}$ la charge débitée par heure de fonctionnement.

La charge que peut débiter une pile est $Q_{\text{pile}} = 1{,}25\,\text{A} \times 3600\,\text{s} = 4500\,\text{C}$.

Les piles étant en série, elles débitent toutes le même courant et donc la même charge : lorsqu'une pile débite 1 C, les autres également. Les piles se vident donc toutes au même rythme et les ajouter en série n'améliore pas l'autonomie.

La durée de fonctionnement est donc $\boxed{t = \dfrac{Q_{\text{pile}}}{Q_h} = 4{,}17\,\text{h}.}$

Remarque : C'est lorsque les piles sont en dérivation (et non pas en série) que leurs autonomies s'ajoutent. En effet s'il y a par exemple quatre piles en dérivation, chaque pile débite un courant quatre fois moindre et donc une charge quatre fois moindre.