Correction – TD – Optique géométrique

I Vrai-faux/questions courtes [• ○ ○]

1 - a - On vérifie que le signe global est le même de chaque côté de l'égalité. On a d'une part $\dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} < 0$, et d'autre part $\dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} < 0$. Donc pas besoin d'ajouter de moins, le résultat est $\dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$.

b - Sur le schéma on a $\theta > 0$, il faut donc que $\tan\theta > 0$, donc $\tan\theta = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{AO}}$.

c - Ici aussi $\theta > 0$, donc il faut $\tan\theta > 0$. Or $\overline{A'B'} < 0$, donc il faut ajouter un signe moins pour que le membre de droite soit lui aussi positif : $\tan\theta = -\dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{OA'}}$.

2 - Faux ! F' n'est pas l'image de F. Même si la notation peut être trompeuse.

3 - Faux ! (sauf cas très particulier)

4 - On voit toujours toute l'image, même si on cache la moitié ou plus de la lentille. La seule différence est que la luminosité de l'image diminue.

5 - Faux, l'œuil effectue la mise au point en variant la focale du cristallin (en le comprimant).

II Hauteur d'un miroir

1 - Il faut faire un schéma, et voir à quelle condition le rayon qui va des pieds jusqu'au yeux peut exister. On en conclut que c'est le cas si $h \leq 90\,\mathrm{cm}$.

2 - Cela ne change rien (cf schéma).

III Déterminer une longueur focale par la méthode de Bessel

1 - On fait comme dans l'EC 4 : on écrit la relation de Descartes, avec $\overline{OA'} = D - x$ et $\overline{OA} = -x$, donc :

$$\frac{1}{D-x} - \frac{1}{-x} = \frac{1}{f'}.$$

On manipule ceci pour aboutir à l'équation suivante :

$$x^2 - Dx + f'D = 0.$$

Le discriminant est $\Delta = D^2 - 4df'$. Il y a des solutions réelles seulement si $\Delta \geq 0$, donc si $D \geq 4f'$. On supposera que c'est le cas.

Les deux solutions sont alors :

$$x_1 = \frac{D + \sqrt{\Delta}}{2} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{D - \sqrt{\Delta}}{2}.$$

Ce sont les deux positions x de la lentille pour lesquelles l'image sur l'écran est nette.

Il reste à calculer $d = |x_1 - x_2|$:

$$d = \sqrt{\Delta} = \sqrt{D^2 - 4Df'}.$$

En élevant au carré et en divisant par D^2, on trouve bien la relation de l'énoncé :

$$\boxed{\frac{d^2}{D^2} = 1 - \frac{4f'}{D}.}$$

2 - Il suffit de mesurer les positions x_1 et x_2 pour lesquelles l'image sur l'écran est nette, de calculer la valeur de d, et d'utiliser la formule ci-dessus pour en déduire la valeur de f'.

IV Pouvoir de résolution de l'œil

V D'autres formules pour le grandissement

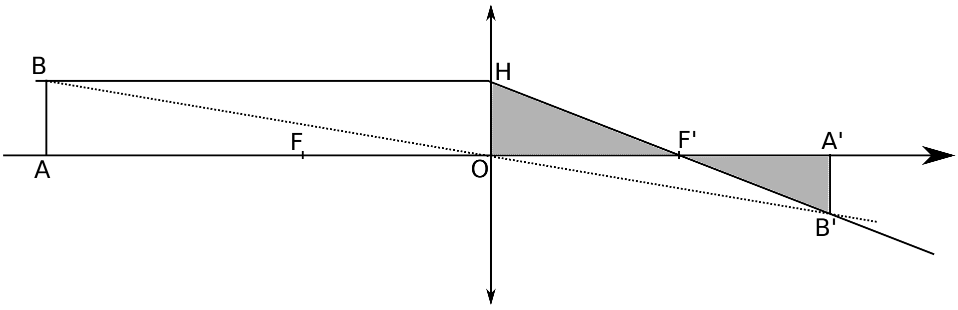
1 - Dans le triangle "en papillon" grisé ci-dessous, on a

$$\frac{\overline{B'A'}}{\overline{OH}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{OF'}}$$

(on prend toutes les longueurs dans le sens positif pour ne pas avoir de souci de signe).

Or $\overline{OH} = \overline{AB}$, donc le rapport ci-dessus est bien égal à $-\gamma$ (signe moins car $\overline{B'A'} = -\overline{A'B'}$).

De plus $\overline{OF'} = f'$, donc $\boxed{\gamma = -\frac{\overline{F'A'}}{f'}.}$



2 - Même idée, mais dans le triangle grisé ci-dessous.

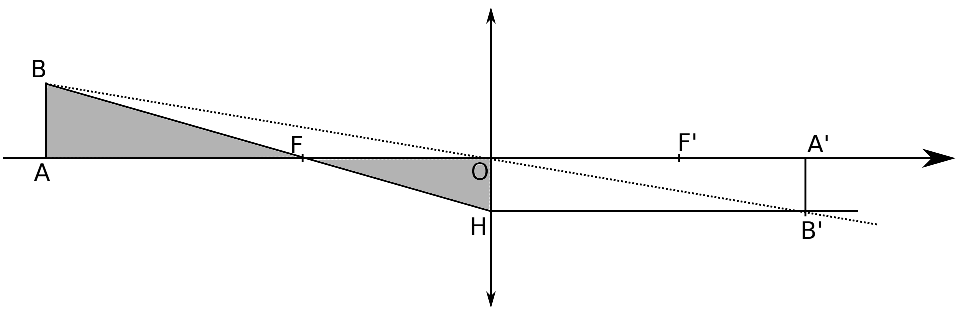
$$\frac{\overline{HO}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{AF}} = \frac{\overline{OF}}{\overline{FA}}.$$

Or $\overline{HO} = \overline{B'A'}$, donc

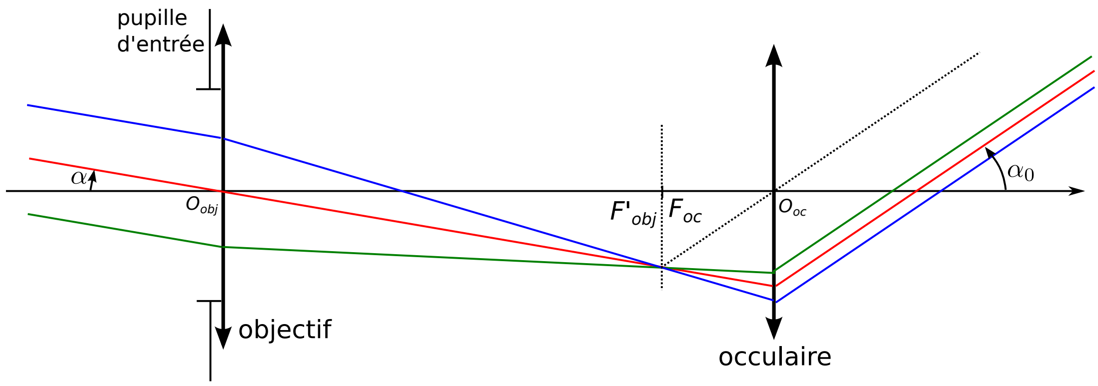
$$\underbrace{\frac{\overline{B'A'}}{\overline{AB}}}_{=-\gamma} = \frac{\overline{OF}}{\overline{FA}}.$$

Or $\overline{OF} = f = -f'$, on a donc

$$\boxed{\gamma = \frac{f'}{\overline{FA}}.}$$



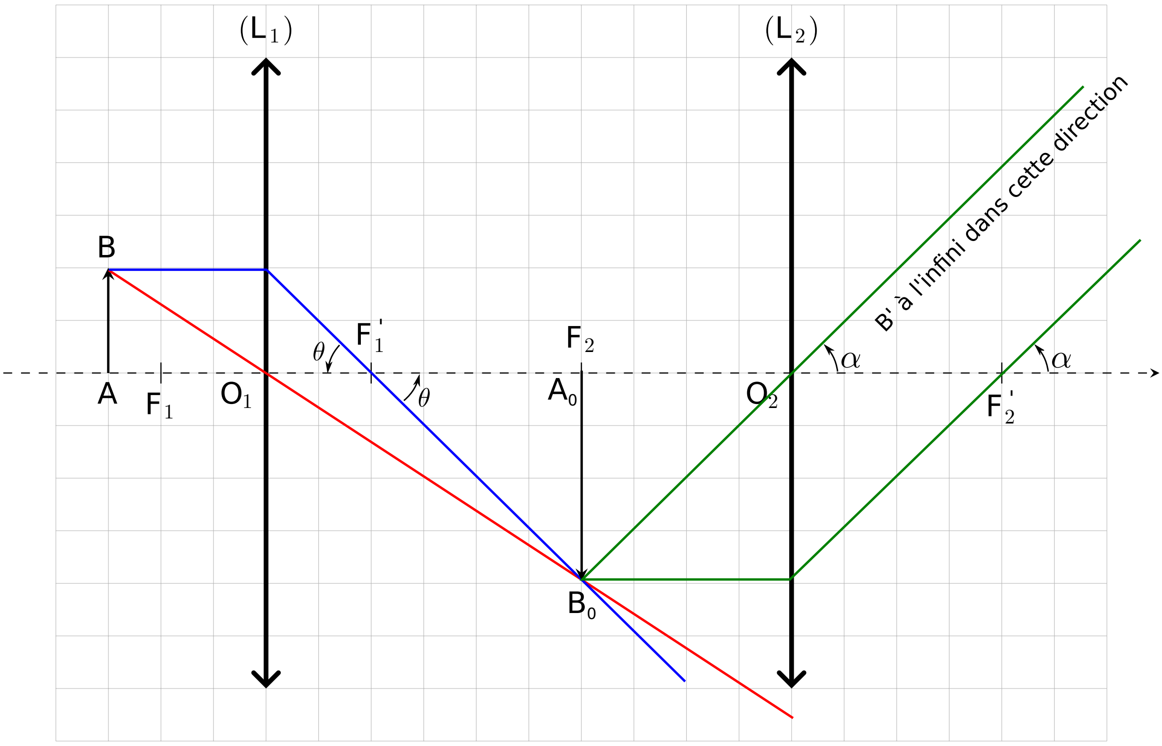
V Lunette astronomique



VI Microscope

1 - L'image A_0B_0 doit se situer dans le plan focal objet de l'oculaire, afin que celui-ci en produisent une image à l'infini.

2 - Cf schéma.



3 - L'angle $\alpha_{\max}$ correspond à la situation où l'œil est au plus proche de l'objet, et donc à la situation où, sans instrument optique, nous pouvons voir l'objet avec le plus de détails possible.

4 - On a $\alpha' \simeq \tan\alpha' = \dfrac{AB}{f_2'}$ et $\alpha_{\max} \simeq \tan\alpha_{\max} = \dfrac{AB}{\delta_m}$, d'où $\dfrac{\alpha'}{\alpha_{\max}} = \dfrac{\delta_m}{f_2'}$.

On en déduit que $G_2 = \dfrac{\delta_m}{f_2'}$, d'où $\boxed{f_2' = \delta_m/G_2 = 2{,}5\,\text{cm}.}$

5 - AB et A_0B_0 sont de sens opposés, donc il faut que $\gamma_1 < 0$.

6 - On utilise la tangente de l'angle θ reporté en F_1' sur le schéma ci-dessus :

$$\tan\theta = \frac{AB}{O_1F_1'} = \frac{AB}{f_1'}, \quad \text{et} \quad \tan\theta = \frac{A_0B_0}{F_1'F_2} = \frac{A_0B_0}{\Delta},$$

d'où $\dfrac{AB}{f_1'} = \dfrac{A_0B_0}{\Delta}$, d'où $\dfrac{A_0B_0}{AB} = \dfrac{\Delta}{f_1'}$.

Attention, on a raisonné sur des longueurs non algébriques. Il faut ensuite repasser à des longueurs algébriques, car $\gamma_1 = \dfrac{\overline{A_0B_0}}{\overline{AB}}$. AB et A_0B_0 sont de sens opposés, donc il faut que $\gamma_1 < 0$. Or $\Delta > 0$ et $f_1' > 0$. Donc il faut ajouter un signe moins, et on a finalement

$$\boxed{\gamma_1 = \frac{\overline{A_0B_0}}{\overline{AB}} = -\frac{\Delta}{f_1'}.}$$

7 - On a donc $\boxed{f_1' = \dfrac{\Delta}{-\gamma_1},}$ soit $\boxed{f_1' = 4{,}0\,\text{mm}.}$

8 - Théorème de Thalès :

$$\frac{\overline{AO_1}}{\overline{O_1A_0}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{B_0A_0}}.$$

On a pris garde à ne prendre que des longueurs positives pour ne pas faire d'erreur de signe.

Or on a $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{B_0A_0}} = -\dfrac{1}{\gamma_1}$, donc on en déduit que $\dfrac{\overline{AO_1}}{\overline{O_1A_0}} = -\dfrac{1}{\gamma_1} = \dfrac{f_1'}{\Delta}$.

On isole $\overline{O_1A}$: $\overline{O_1A} = -\overline{AO_1} = -\overline{O_1A_0} \times \dfrac{f_1'}{\Delta}$.

Il reste à utiliser le fait que $\overline{O_1A_0} = f_1' + \Delta$, pour en déduire que

$$\boxed{\overline{O_1A} = -\frac{(f_1' + \Delta)f_1'}{\Delta}.}$$

C'est bien négatif, puisque A est avant O_1 : l'objet est réel.

9 - On a donc $G = \dfrac{\alpha}{\alpha_{\max}}$ avec α l'angle reporté sur la construction ci-dessus en sortie du microscope et $\alpha_{\max} = \dfrac{\overline{AB}}{\delta_m}$ déjà étudié précédemment.

Intéressons nous à α. On a $\alpha \simeq \tan\alpha = \dfrac{\overline{B_0A_0}}{f_2'}$.

Or on sait que $\overline{A_0B_0} = \gamma_1 \times \overline{AB}$, d'où $\alpha = -\dfrac{\gamma_1\overline{AB}}{f_2'}$.

On en déduit $\boxed{G = -\dfrac{\gamma_1\delta_m}{f_2'}.}$

10 - On peut remplacer $f_2' = \delta_m/G_2$ et $\gamma_1 = G_1$ pour trouver que $\boxed{G = G_1G_2 = 400.}$