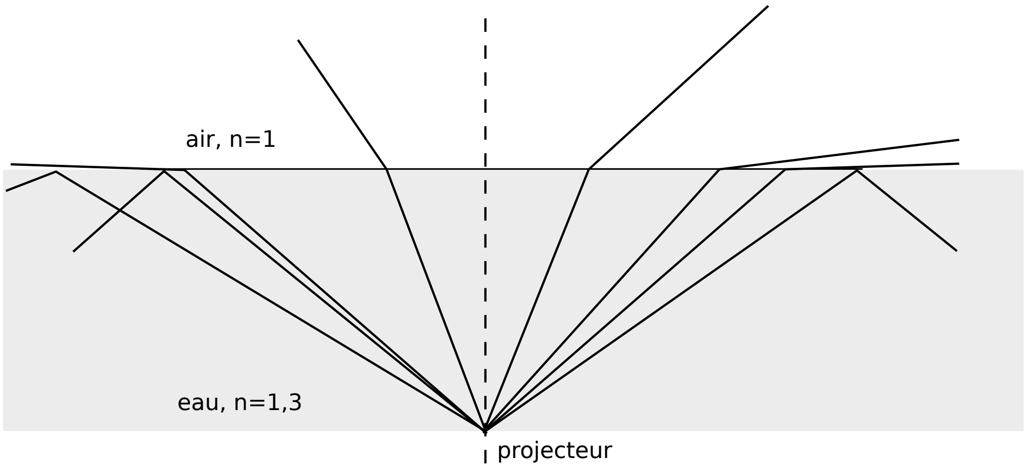
Partie II : Optique
Chapitre 1

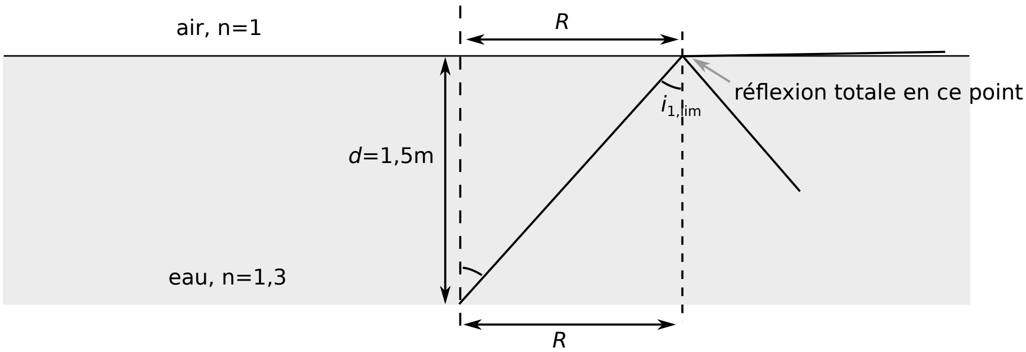
Correction – TD – Modéliser la lumière

IV Projecteur de piscine

Étape 1 : faire un schéma pour comprendre la situation.



Ainsi, certains rayons arrivent trop inclinés et subissent une **réflexion totale**. Ils ne sont alors pas visible depuis l'extérieur de l'eau ! C'est pourquoi on ne voit qu'une tache lumineuse circulaire.
Pour calculer le rayon de cette tache, faisons un schéma simplifié et annoté, où on considère uniquement le rayon à la limite de la réflexion totale :

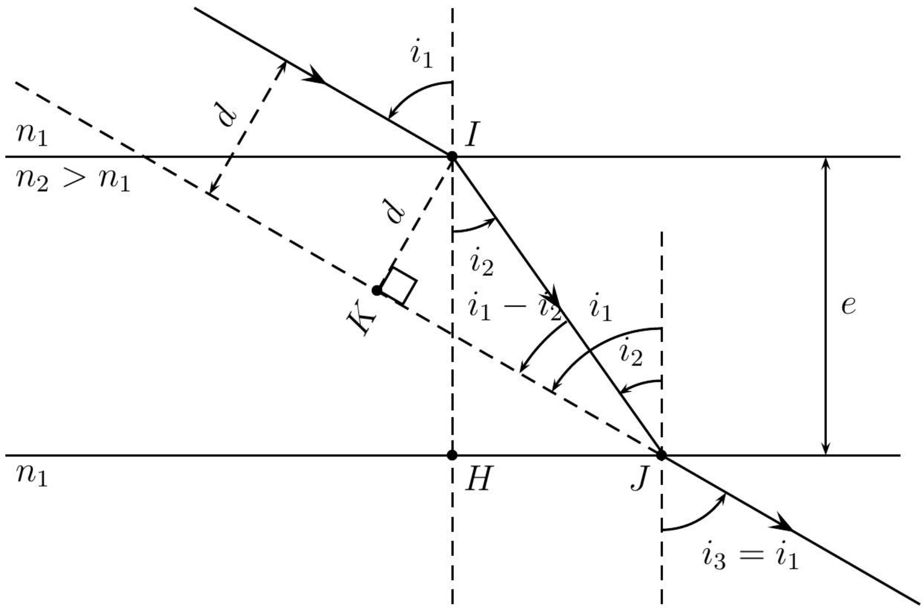


⋆ On a alors (loi de Descartes) : $n_{\text{eau}} \sin i_{1,\text{lim}} = n_{\text{air}} \sin \frac{\pi}{2} = 1$.

D'où $\boxed{i_{1,\text{lim}} = \arcsin \frac{1}{n_{\text{eau}}} = 0{,}88\,\text{rad} = 50{,}3^{\text{o}}.}$

⋆ Puis on en déduit R : $\tan i_{1,\text{lim}} = \dfrac{R}{d}$, d'où $\boxed{R = d \tan i_{1,\text{lim}} = 1{,}8\,\text{m}.}$

V Déviation par une vitre



1 - On retrouve l'angle i_2 en J (angles alterne-interne).

L'angle i_3 vérifie la relation de Descartes appliquée au point J : $n_2 \sin i_2 = n_1 \sin i_3$.

Or au point d'entrée I on avait $n_2 \sin i_2 = n_1 \sin i_1$.

Par identification, on en déduit que $i_3 = i_1$.

2 - Au point I il ne peut pas y avoir réflexion totale car on passe de n_1 à $n_2 > n_1$.

Au point J il pourrait y avoir réflexion totale, mais l'angle d'incidence est i_2 et correspond donc, tout comme en I, à un angle de sortie $i_3 = i_1$: il n'y a donc pas réflexion totale non plus.

3 - Dans le triangle IKJ on a $\sin(i_1 - i_2) = \dfrac{d}{IJ}$, d'où $d = IJ \times \sin(i_1 - i_2)$.

La distance IJ est inconnue. On l'obtient dans le triangle IHJ, où $\cos i_2 = \dfrac{e}{IJ}$, soit donc $IJ = \dfrac{e}{\cos i_2}$.

On a donc $\boxed{d = e\,\dfrac{\sin(i_1 - i_2)}{\cos i_2}.}$

4 - On utilise la formule $\sin(i_1 - i_2) = \sin i_1 \cos i_2 - \sin i_2 \cos i_1$. Donc :

$$d = e\,\frac{\sin(i_1 - i_2)}{\cos i_2} = e\,\frac{\sin i_1 \cos i_2 - \sin i_2 \cos i_1}{\cos i_2} = e\left(\sin i_1 - \sin i_2 \frac{\cos i_1}{\cos i_2}\right).$$

Et on remplace $\sin i_2$ par $\dfrac{n_1}{n_2}\sin i_1$ (d'après la loi de Descartes). On en déduit bien que

$$\boxed{d = \left(1 - \frac{n_1 \cos i_1}{n_2 \cos i_2}\right) e \sin i_1.}$$

5 - Correctif par rapport à l'énoncé de départ : on souhaite une expression de d dans laquelle ne figure plus que i_1 et e.

On utilise $\cos i_2 = \sqrt{1-\sin^2 i_2} = \sqrt{1-\left(\frac{n_1}{n_2}\sin i_1\right)^2}$. D'où :

$$d = \left(1 - \frac{n_1 \cos i_1}{n_2\sqrt{1-\left(\frac{n_1}{n_2}\sin i_1\right)^2}}\right) e \sin i_1 .$$

$$\boxed{d = \left(1 - \frac{n_1 \cos i_1}{\sqrt{n_2^2 - \left(n_1 \sin i_1\right)^2}}\right) e \sin i_1 .}$$

6 - On obtient $\boxed{d = 3\,\mathrm{mm},}$ ce qui est peu visible.