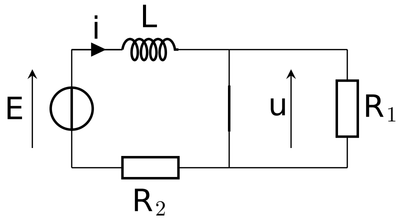
Devoir Surveillé

Correction – Physique-chimie – DS 5

I Étincelle de rupture à l'ouverture d'un circuit inductif

Régime permanent avec interrupteur fermé

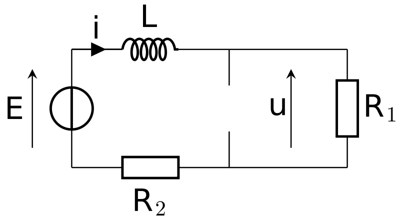


1 – L'interrupteur fermé se comporte comme un fil, de résistance nulle. Tout le courant va donc passer par ce fil, et rien ne passera par la résistance.

2 – La tension u est la tension aux bornes de l'interrupteur fermé, donc $\boxed{u = 0.}$

3 – Le régime permanent correspond ici à des grandeurs constantes dans le temps. La bobine se comporte donc comme un fil. Le circuit est donc simplement un générateur E en série avec une résistance R_2, si bien que $\boxed{i = E/R_2.}$

Régime transitoire après l'ouverture de l'interrupteur



4.a – Au bout d'un temps long, le régime permanent est atteint et ici les grandeurs sont constantes dans le temps. La bobine se comporte donc comme un fil, et le circuit comporte uniquement un générateur E en série avec une résistance R_1 et une résistance R_2.

On a donc $\boxed{i_\infty = E/(R_1 + R_2).}$

4.b – D'après la loi d'Ohm : $u = R_1\, i$, on a donc $\boxed{u_\infty = R_1 \times i_\infty = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2} E.}$

5.a – On utilise le fait que le courant traversant une bobine est une fonction continue du temps. Ainsi, i à $t = 0^+$ (juste après l'ouverture de l'interrupteur) a la même valeur que juste avant l'ouverture de l'interrupteur. On a calculé cette valeur dans la question 2 : il s'agissait de $i = E/R_2$. On a donc $\boxed{i(0^+) = \dfrac{E}{R_2}.}$

5.b – u et i sont toujours reliés par la loi d'Ohm, donc on a : $\boxed{u(0^+) = R_1 i(0^+) = E \times \dfrac{R_1}{R_2}.}$

5.c – On trouve $i(0^+) = 10\,\mathrm{mA}$ et $u(0^+) = 2.0 \times 10^2\,\mathrm{V}$.

6 – On repère les tensions dans le circuit en mettant les flèches dans le bon sens (à contre-courant, convention récepteur). La loi des mailles donne : $E = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + R_1 i + R_2 i$. On divise par L pour ne plus rien avoir devant la dérivée :

$$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{R_1 + R_2}{L} i = \frac{E}{L}, \tag{1}$$

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau} i = \frac{E}{L},} \tag{2}$$

avec $\tau = L/(R_1 + R_2)$.

7 – Il s'agit d'une équation différentielle du premier ordre avec coefficients constants et second membre constant. La solution est la somme de :

- La solution de l'équation homogène $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \dfrac{1}{\tau} i = 0$, c'est à dire $i_H = A\mathrm{e}^{-t/\tau}$, avec A une constante.
- Une solution particulière, que l'on choisit constante. On a alors $\mathrm{d}i/\mathrm{d}t = 0$, et on voit que $i = E/(R_1 + R_2)$ convient.

On a donc

$$i(t) = A\mathrm{e}^{-t/\tau} + \frac{E}{R_1 + R_2}. \tag{3}$$

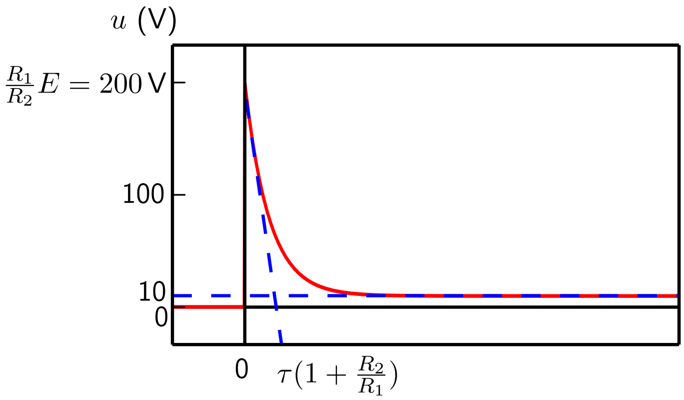
On détermine la constante A à l'aide de la condition initiale $i(0^+) = \dfrac{E}{R_2}$. On trouve alors $A = E\dfrac{R_1}{R_2(R_1 + R_2)}$. Finalement, on a bien

$$\boxed{i(t) = \frac{E}{R_1 + R_2}\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\mathrm{e}^{-t/\tau}\right).} \tag{4}$$

On peut vérifier rapidement sur cette expression qu'on a bien $i \to E/(R_1 + R_2)$ en $+\infty$, et $i(0) = E/R_2$, comme prévu.

8 – On en déduit :

$$\boxed{u(t) = R_1 i(t) = E \times \frac{R_1}{R_1 + R_2}\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\mathrm{e}^{-t/\tau}\right).} \tag{5}$$



Commentaires sur la valeur élevée de u

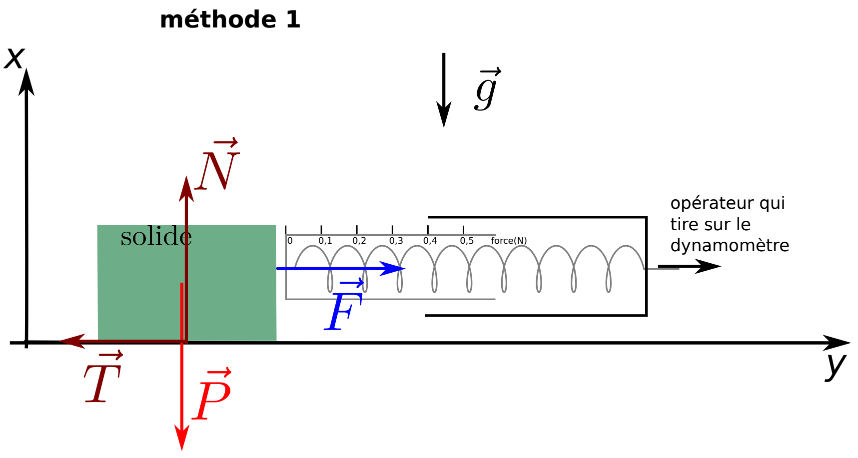
9 – Aucun courant ne passe par une résistance infinie. Cela revient donc à considérer que le circuit est ouvert.

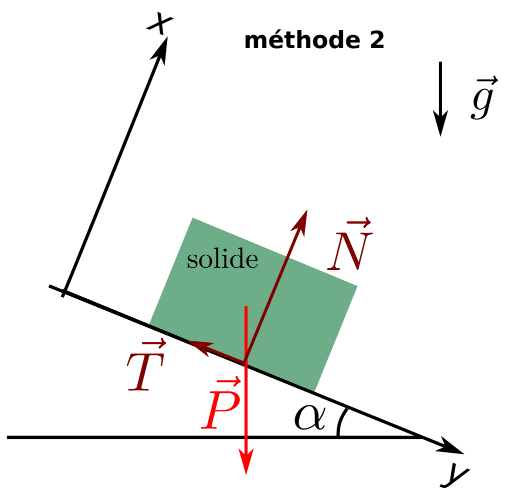
Concernant $u(0^+)$, on avait la formule $u(0^+) = \dfrac{R_1 E}{R_2}$, qui tend vers l'infini si R_1 tend vers l'infini.

10 – S'il faut $36\,000\,\mathrm{V}$ pour un centimètre, alors il faut $u = 3\,600\,\mathrm{V}$ pour $1\,\mathrm{mm}$.

11 – Lorsque u dépasse cette valeur, la valeur du champ électrique est assez élevée pour arracher certains des électrons des atomes. L'air devient alors conducteur et un courant électrique passe. Visuellement, il se produit une étincelle.

II Frottements de Coulomb





Méthode 1 :

12 - Bilan des forces sur l'objet de masse m immobile (on s'aide du schéma) :

- Poids $\vec{P} = m\vec{g} = -mg\vec{e}_x$.
- Réaction normale du support $\vec{N} = N\vec{e}_x$.
- Réaction tangentielle du support : $\vec{T} = T\vec{e}_y$.
- Force du dynamomètre : $\vec{F} = F\vec{e}_y$.

Le solide étant immobile, on a $\vec{P} + \vec{N} + \vec{T} + \vec{F} = \vec{0}$, soit donc

$$-mg\vec{e}_x + N\vec{e}_x + T\vec{e}_y + F\vec{e}_y = \vec{0}.$$

On projette sur $\vec{e}_x$ et sur $\vec{e}_y$ pour obtenir $\boxed{N = mg}$ et $T = -F$.

13 - L'objet reste immobile tant que $\boxed{\|\vec{T}\| \leq f\|N\|.}$

À l'instant de la mise en mouvement, on a l'égalité $\|\vec{T}\| \leq f\|N\|$.

Donc on a $F = fmg$, d'où $\boxed{f = \dfrac{F}{mg}.}$

14 - A.N. : $\boxed{f = \dfrac{0{,}4}{0.200 \times 10} = 0{,}2.}$

Méthode 2 :

15 - Bilan des forces sur l'objet de masse m immobile (on s'aide du schéma) :

- Poids $\vec{P} = m\vec{g} = mg(-\cos\alpha\,\vec{e}_x + \sin\alpha\,\vec{e}_y)$.
- Réaction normale du support $\vec{N} = N\vec{e}_x$.
- Réaction tangentielle du support : $\vec{T} = T\vec{e}_y$.

16 - Le solide étant immobile, on a $\vec{P} + \vec{N} + \vec{T} = \vec{0}$, soit donc

$$mg(-\cos\alpha\,\vec{e}_x + \sin\alpha\,\vec{e}_y) + N\vec{e}_x + T\vec{e}_y = \vec{0}.$$

On projette sur $\vec{e}_x$ et sur $\vec{e}_y$ pour obtenir $\boxed{N = mg\cos\alpha}$ et $T = -mg\sin\alpha$.

17 - L'objet reste immobile tant que $\boxed{\|\vec{T}\| \leq f\|N\|.}$

À l'instant de la mise en mouvement, on a l'égalité $\|\vec{T}\| \leq f\|N\|$.

Donc on a $mg\sin\alpha = fmg\cos\alpha$, d'où $\boxed{f = \tan\alpha.}$

18 - A.N. : $\boxed{f = \tan(20^{\circ}) = 0{,}36.}$