Devoir Surveillé

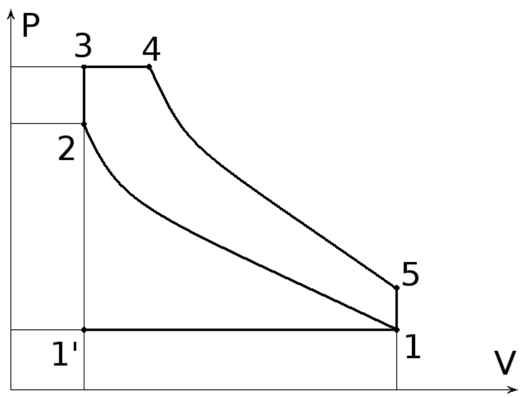
Physique-chimie – DS 9

Encore un “DS” à distance. Il s'agit surtout, pour vous, de voir si vous êtes capable de faire ces exercices seuls.
Vous avez droit au cours, mais dans la mesure du possible essayer d'abord d'avancer sans vous y référer, puis n'hésitez pas si vous êtes bloqués.
Ce DS est plus court que d'habitude. La difficulté est progressive dans chacun des deux exercices.
Je vous demande de me rendre votre copie en fin de journée, par mail (scan ou photo).
Je reste à proximité de Discord et vous pouvez me poser des questions.

Consigne pour rendre les copies : par mail à mickael.melzani@gmail.com

(et pas par Discord, car cela m'oblige à ouvrir les images une par une pour les télécharger...)

I Moteur Diesel à double combustion



Dans les moteurs Diesel à double combustion, le cycle décrit par le mélange air-carburant peut-être modélisé (de façon idéale) par celui d'un système fermé représenté en coordonnées de Watt ci-contre.

Après la phase d'admission $1' \to 1$ qui amène le mélange au point 1 du cycle, celui-ci subit une compression adiabatique supposée réversible jusqu'au point 2. Après injection du carburant en 2, la combustion s'effectue d'abord de façon isochore de 2 à 3 puis se poursuit de façon isobare de 3 à 4. La phase de combustion est suivie d'une détente adiabatique à nouveau prise réversible de 4 à 5, puis d'une phase d'échappement isochore $5 \to 1$ puis isobare $1 \to 1'$.

Au point 1 du cycle, la pression $p_\mathrm{m} = 1{,}0\,\mathrm{bar}$ et la température $T_\mathrm{m} = 293\,\mathrm{K}$ sont minimales. La pression maximale, aux points 3 et 4, est $p_\mathrm{M} = 60\,\mathrm{bar}$ et la température maximale, au point 4, vaut $T_\mathrm{M} = 2073\,\mathrm{K}$. Le rapport volumétrique de compression vaut $\beta = V_\mathrm{M}/V_\mathrm{m} = 17$, avec $V_M = V_1 = V_5$ et $V_m = V_2 = V_3$.

On suppose que le mélange air-carburant se comporte exactement comme l'air, c'est-à-dire comme un gaz parfait diatomique de masse molaire $M = 29\,\mathrm{g\,mol^{-1}}$, et de capacités thermiques respectives C_p et C_V constantes, et on note $\gamma = C_p/C_V = 1{,}4$.

Si n est la quantité de matière d'air, alors $C_V = \dfrac{nR}{\gamma - 1}$ et $C_p = \dfrac{nR\gamma}{\gamma - 1}$.

1 - a - Rappeler la loi de Laplace et ses conditions d'application.
Donner l'expression de la température T_2 en fonction de γ, β et T_m, puis sa valeur numérique.
En déduire également l'expression et la valeur de la pression p_2.

b - Donner l'expression de la température T_3 en fonction de p_M, T_2 et p_2, puis sa valeur numérique.

c - Donner l'expression du volume V_4 en fonction de V_m, T_M et T_3.

d - Donner l'expression de la température T_5 en fonction de γ, T_M, T_3 et β, puis sa valeur numérique.

Pour les questions suivantes, on prendra $T_1 = 293\,\mathrm{K}$, $T_2 = 9{,}10 \times 10^2\,\mathrm{K}$, $T_3 = 1{,}0 \times 10^3\,\mathrm{K}$, $T_4 = 2073\,\mathrm{K}$, $T_5 = 8{,}8 \times 10^2\,\mathrm{K}$.

2 - a - Rappeler brièvement l'énoncé du premier principe de la thermodynamique appliqué à un système fermé.
Rappeler également l'énoncé de ce principe lorsque la transformation considérée est isobare.

b - Donner l'expression du transfert thermique massique $q_{2\to3} = Q_{2\to3}/m$ reçu par l'air au cours de la phase de combustion $2 \to 3$.

c - Faire de même pour le transfert thermique massique $q_{3\to4} = Q_{3\to4}/m$ reçu par l'air au cours de la phase de combustion $3 \to 4$.

d - En déduire la valeur numérique du transfert thermique massique q_c reçu par l'air lors de la combustion $2 \to 4$.

3 - Calculer le transfert thermique massique $q_f = Q_f/m$ reçu par l'air depuis le milieu extérieur entre les points 5 et 1.

4 - En déduire le travail massique $w = W/m$ reçu par l'air au cours d'un cycle. Commenter le signe du résultat.

5 - Définir et calculer le rendement de ce moteur. Commenter la valeur trouvée.

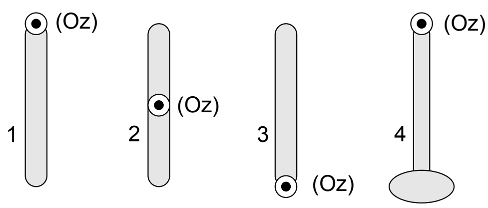
II Mesure de la pesanteur terrestre

L'objectif est d'étudier deux méthodes de mesure de la pesanteur g en un point à la surface de la Terre. Ces méthodes utilisent tour à tour deux types différents de pendule.

II.1 Questions introductives

1. **a -** Rappeler l'unité SI du moment d'inertie J d'un solide par rapport à un axe Oz.

b - On considère les quatre solides ci-contre, tous de même masse et faits dans le même matériau. Classer les moments d'inertie par ordre croissant.



2. Donner l'énoncé du théorème du moment cinétique pour un solide en rotation autour d'un axe Oz fixe à la vitesse angulaire $\dot{\theta}(t)$.

II.2 Utilisation d'un pendule sans ressort de rappel

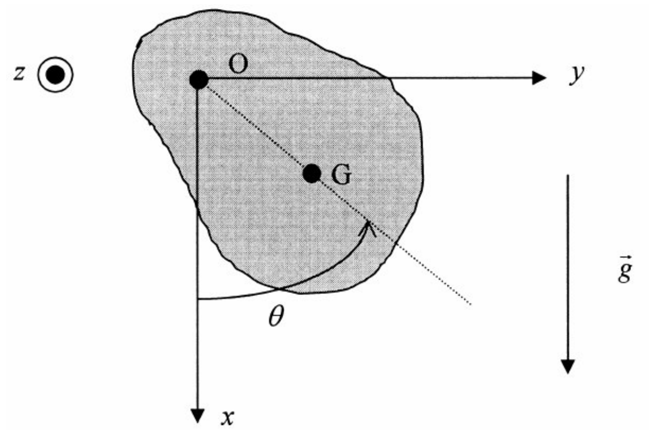
Un pendule est composé par un solide de masse m, de centre d'inertie G, mobile autour d'un axe horizontal Oz et de moment d'inertie J par rapport à cet axe.

La position du pendule est repérée par l'angle θ entre la droite (OG) et la verticale descendante. On notera a la distance OG.

L'étude sera menée dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen.

Les frottements au niveau de l'axe de rotation et les frottements de l'air seront négligés.

Le pendule ainsi décrit se trouve dans le champ de pesanteur terrestre caractérisé par le vecteur $\vec{g}$ tel que $\vec{g} = g\vec{e}_x$.



3. Quelle est la trajectoire d'un point de ce pendule ?

On note $\dot{\theta}$ la vitesse angulaire du pendule. Donner la relation entre la norme de la vitesse d'un point M, la distance OM, et $\dot{\theta}$.

4. Dessiner l'allure du portrait de phase de ce pendule. On indiquera les trajectoires du portrait de phase qui correspondent à un mouvement pendulaire, et celles qui correspondent à un mouvement de révolution.

5. **a -** En appliquant le théorème du moment cinétique, établir l'équation différentielle vérifiée par l'angle θ au cours du temps.

b - En déduire la période T des petites oscillations du pendule autour de sa position d'équilibre, repérée par $\theta = 0$. On exprimera T en fonction de J, m, g et a.

6. On souhaite étudier l'influence de la variation d'intensité Δg du champ de pesanteur sur la période du pendule. Pour cela, on définit la sensibilité s du pendule comme le rapport $s = \dfrac{\Delta T}{T}$ où ΔT représente une variation infiniment petite de la période du pendule engendrée par une variation infiniment petite Δg du champ de pesanteur.

a - On note T la période mesurée lorsque l'intensité de la pesanteur est g, et $T' = T + \Delta T$ la période mesurée lorsqu'elle vaut $g' = g + \Delta g$.
Exprimer T' en fonction de T et de $\Delta g/g$.
On rappelle qu'on a au premier ordre en ε : $(1+\varepsilon)^\alpha \simeq 1 + \alpha\varepsilon$. Attention, ε est nécessairement une grandeur sans unité.

b - Déterminer l'expression de la sensibilité s en fonction de Δg et g.

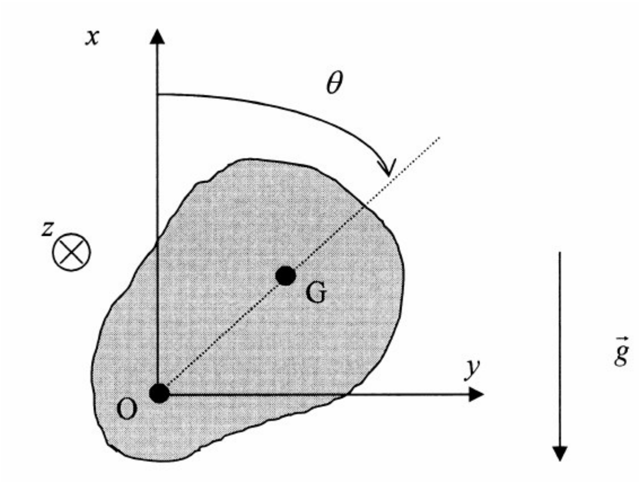
II.3 Utilisation d'un pendule avec ressort spirale de rappel

On cherche à améliorer la sensibilité du dispositif.

Le pendule précédent est maintenant soumis à l'action d'un ressort spirale qui exerce un couple de rappel $M = -K\theta$ sur le pendule où K est une constante positive qui représente la raideur du ressort.
La position du pendule est repérée par l'angle θ entre la droite (OG) et la verticale ascendante (**attention**, les conventions ont donc changé par rapport à la partie précédente).

On effectue les mêmes hypothèses que précédemment (référentiel galiléen, aucun frottements).

L'énergie potentielle du ressort spirale ne dépend que de θ et est donnée par $E_p = \dfrac{1}{2}K\theta^2$.



7. Montrer que l'énergie potentielle de pesanteur du pendule peut s'écrire $E_{\text{p,pes}} = mga\cos\theta$.

8. a - Exprimer l'énergie mécanique totale $E_m(\theta,\dot{\theta})$ du système pendule-ressort.

b - En déduire l'équation du mouvement du pendule.

9. a - En considérant que l'angle θ reste petit, déterminer la condition à respecter pour que la position $\theta = 0$ soit une position d'équilibre stable d'un oscillateur harmonique. La relation sera donnée sous la forme d'une relation entre K, m, g et a.

b - Montrer que la période T des petites oscillations du pendule autour de la position $\theta = 0$ est

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{K - mga}}.$$

10. On considère que la condition précédente est vérifiée. On veut déterminer la sensibilité s_1 de ce pendule, que l'on définit de la même façon que précédemment. Les calculs étant un peu plus compliqués que dans le cas précédent, on procède en plusieurs étapes :

a - On considère encore $T' = T + \Delta T$. Exprimer $\dfrac{1}{T^2} - \dfrac{1}{T'^2}$ en fonction de ΔT et de T seulement.

b - Indépendamment de la question précédente, exprimer $\dfrac{1}{T^2} - \dfrac{1}{T'^2}$ en fonction de K, m, g, a, J, et Δg.

c - Conclure en donnant l'expression de la sensibilité $s_1 = \dfrac{\Delta T}{T}$ en fonction de K, m, g, a et Δg.

11. Montrer que ce pendule avec ressort de rappel permet, sous une condition portant sur K et d'autres grandeurs à préciser, d'obtenir une sensibilité plus grande que celle du pendule sans ressort.

Remarques qui ne sont pas utiles pour répondre aux questions :

Le gravimètre à ressort spirale a été inventé par Fernand Holweck et Pierre Lejay dans les années 1920. Il permettait des mesures très précises de la pesanteur, ce qui sert par exemple pour la recherche de gisement miniers ou pétrolifères (la différence de densité des minerais ou de poches de pétrole entraîne d'infimes variations de pesanteur, qui sont exploitables).

L'image ci-dessous montre un exemplaire actuellement à l'observatoire de Besançon, fabriqué en 1931. La tige du pendule est dans le cylindre protecteur métallique, dans une ampoule sous vide pour minimiser les frottements. Une lunette de visée microscopique permet de visualiser ses oscillations. La tige est en quartz et la lame de rappel dans un alliage (l'invar) spécial qui minimise sa dilatation due au changements de température, qu'un thermomètre permet par ailleurs de contrôler. Il s'agit donc d'un instrument de précision.

Aujourd'hui d'autres techniques de gravimétrie existe, plus précises encore.