

VII Étude d'un condensateur en régime variable

1 - Il faut que la longueur d'onde des champs soit très supérieure à d : $\lambda \gg d$.

Or $f = \frac{c}{\lambda}$. Il faut donc une fréquence $f \ll \frac{c}{d} = 600 \text{ GHz}$, autant dire que cela sera valable pour toute application pratique.

2 - a - $\text{div } \vec{B} = 0$ et $\overrightarrow{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$.

Dans l'espace inter-armatures il n'y a pas de courants, donc $\vec{j} = \vec{0}$, donc on a $\overrightarrow{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$.

b - Avec \vec{j}_D ainsi défini, on a $\overrightarrow{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \vec{j}_D$. On fait donc comme en magnétostatique, avec \vec{j}_D à la place de \vec{j} .

On a donc $\vec{j}_D = -\dot{\sigma} \vec{e}_z$.

Soit donc un point M . On se place en coordonnées cylindriques d'axe z passant par le centre du condensateur. Le plan $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_z)$ est plan de symétrie de la distribution de courants \vec{j}_D . Le champ magnétique est donc selon le vecteur \vec{e}_θ : $\vec{B}_1 = B_\theta(r, \theta, z) \vec{e}_\theta$.

La distribution de courants est invariante par rotation d'angle θ autour de l'axe \vec{e}_z . On a donc

$$\vec{B}_1 = B_\theta(r, z) \vec{e}_\theta.$$

c - Contour d'Ampère : cercle dont le centre est sur l'axe Oz , de rayon r , orienté selon \vec{e}_θ .

On va donc avoir (sans détailler), dans l'espace inter-armatures : $2\pi r B_\theta(r, z) = \mu_0 j_D \pi r^2$.

D'où $B_\theta(r, z) = \frac{\mu_0 j_D r}{2\pi} = -\frac{\mu_0 \dot{\sigma} r}{2\pi}$, et $\vec{B}_1 = -\frac{\mu_0 \dot{\sigma} r}{2\pi} \vec{e}_\theta$.

d - On a $u_E = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0}$, soit une valeur maximale $u_{E,\text{max}} = \frac{\sigma_0^2}{2\epsilon_0}$.

On a $u_B = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{\mu_0 \dot{\sigma}^2 r^2}{8\pi^2}$. Or la valeur maximale de $\dot{\sigma}$ est $\omega \sigma_0$, celle de r est a , donc $u_{B,\text{max}} = \frac{\mu_0^3 \omega^2 \sigma_0^2 a^2}{8\pi^2}$.

Ainsi $u_{B,\text{max}} \ll u_{E,\text{max}}$ est équivalent à $\frac{\epsilon_0 \mu_0 \omega^2 a^2}{4\pi^2} \ll 1$, soit encore $\frac{(2\pi f)^2 a^2}{4\pi^2 c^2} \ll 1$, soit encore

$(fa)^2 \ll c^2$, soit encore $f \ll \frac{c}{a}$.