Généralités sur les ondes

Plan du cours

Ce qu'il faut connaître

——— (cours : I)

▶1 Quelle est la définition d'une onde plane ? (forme des surfaces d'onde)
La forme générale d'une onde plane ? ($s(M,t) = s(x,t)$ avec x composante cartésienne).

▶2 Quelle est la définition d'une onde plane progressive ? (propagation sans déformation)
Quelle est la forme générale d'une onde plane progressive ? ($s(M,t) = f(x \pm vt)$ avec f quelconque)

▶3 Quelle est la définition d'une onde plane progressive monochromatique (OPPM) ? ($s(M,t) = s_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$ ou assimilé (autre variable, sinus, exponentielle...))

▶4 Quelle est la définition d'une onde plane stationnaire ? (espace et temps découplés) :
Quelle est sa forme générale ? ($s(M,t) = f(x)\,g(t)$ avec f et g quelconques)
Exemple du type $s(M,t) = s_0 \cos(\omega t + \varphi') \cos(kx + \varphi)$.

——— (cours : II)

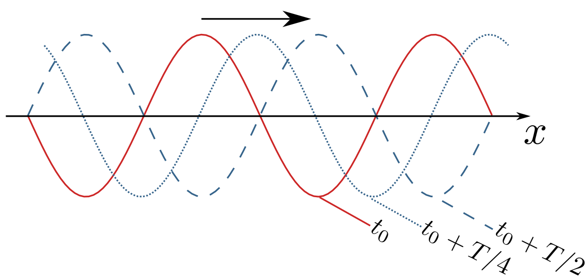
▶5 Donner l'équation de d'Alembert à 3D : $\Delta s - \dfrac{1}{v^2}\dfrac{\partial^2 s}{\partial t^2} = 0$, et à 1D.

▶6 Quelle est la forme générale des solutions de l'équation de d'Alembert à 1D ? ($s(M,t) = f(x-vt)+g(x+vt)$)

▶7 Savoir qu'une OPPM (du type $s(M,t) = s_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$) est solution de l'équation de d'Alembert si seulement si $\omega/k = v$.

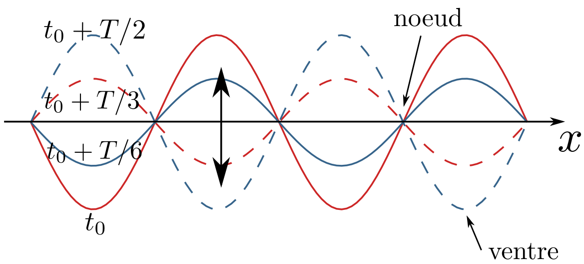
▶8 Savoir qu'une onde stationnaire du type $s(M,t) = s_0 \cos(\omega t + \varphi') \cos(kx + \varphi)$ est solution de l'équation de d'Alembert si seulement si $\omega/k = v$.

Documents



Onde plane progressive monochromatique.
Période temporelle $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$.

Propagation à la célérité v.



Onde stationnaire du type $\cos(\omega t)\cos(kx)$**.**
Période temporelle $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$.

Pas de propagation.

Animation permettant de voir que la somme de deux OPPM de même amplitude est une onde stationnaire : https://www.geogebra.org/m/S2qrjFm6
Vidéo de l'expérience de la corde de Melde : https://www.youtube.com/watch?v=taR0_XRkL0g&feature=youtu.be

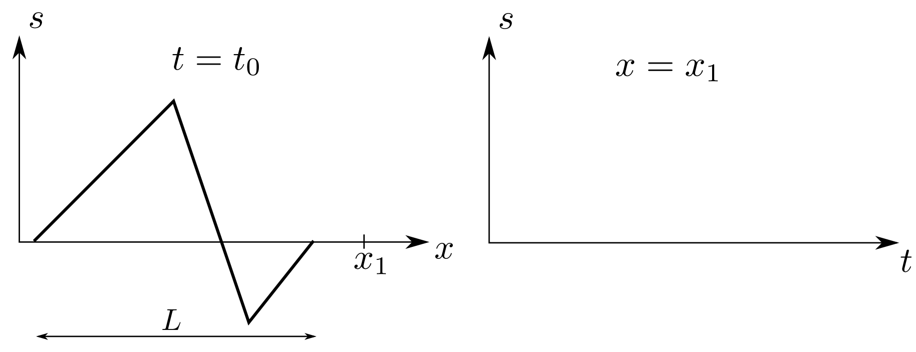
TD – Généralités sur les ondes

I Distinguer différents types d'ondes

	Exemple	**Onde plane ?**	**Onde plane progressive ?**	**Onde plane progressive monochromatique ?**
1	$s(M,t) = f(vt - z)$ ou $f(t - z/v)$			
2	$s(M,t) = f(z - vt)$ ou $f(z/v - t)$			
3	$s(M,t) = f(vt + z)$ ou $f(t + z/v)$ ou $f(z + vt)$ ou $f(z/v + t)$			
4	$s(M,t) = s_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$ (ou sinus, ou exponentielle complexe)			
5	$s(M,t) = s_0 \cos(\omega t + kx + \varphi_0)$ (ou sinus, ou exponentielle complexe)			
6	$s(M,t) = \dfrac{s_0}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi_0)$ (r des coordonnées sphériques)			
7	$s(M,t) = s_0 \cos(\omega t + \varphi'_0) \cos(kx + \varphi_0)$			
8	$s(M,t) = s_0 \, \mathrm{e}^{-x/\delta} \cos(\omega t - kx)$			
9	$s(M,t) = s_0 \, \mathrm{e}^{-y/\delta} \cos(\omega t - kx)$			

II Propagation d'une onde progressive

On considère l'onde progressive $f(x - vt)$ dont le profil au temps t_0 est donné ci-dessous.



1 - Compléter le schéma de droite avec l'allure de la perturbation observée si l'on se place au point fixe x_1.

2 - Pendant quelle durée voit-on l'onde passer en ce point ?

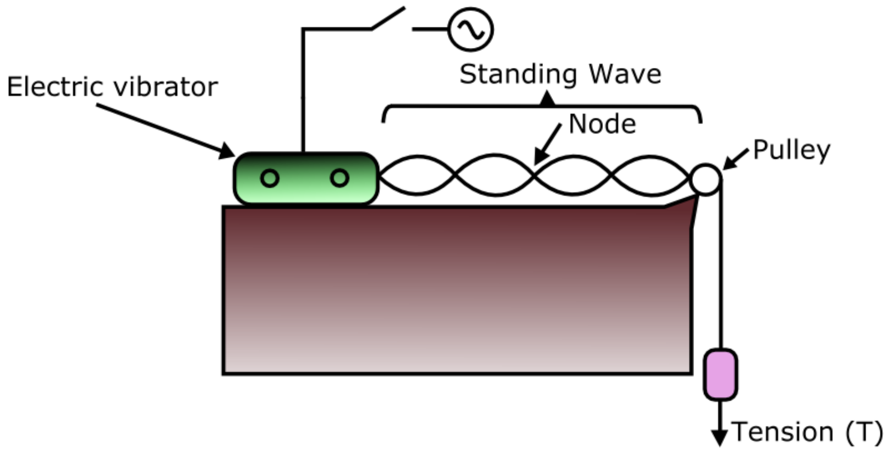
III Solutions de l'équation de d'Alembert

1 - Rappeler l'équation de d'Alembert en 1D. On note v la célérité.

2 - Montrer que les ondes planes progressives monochromatiques sont solutions à condition que pulsation et nombre d'onde soient liés par $\omega/k = v$.

3 - Montrer que les ondes stationnaires du type $\cos(\omega t)\cos(kx)$ sont solutions à conditions que la pulsation et le nombre d'onde soient liés par $\omega/k = v$.

Document – Corde de Melde



Une animation : http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Ondes/ondes_stationnaires/melde.php

On réalise l'expérience ci-dessus.
Du côté de la théorie, on peut faire un modèle simple de la corde qui mène à l'équation suivante pour le déplacement vertical $y(M,t)$ de la corde :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0, \tag{1}$$

avec la célérité $c = \sqrt{\dfrac{T}{\mu}}$, où T est la tension de la corde et μ sa masse linéique.

1 - Comment s'appelle cette équation ?

Faire l'application numérique pour la célérité.

On constate expérimentalement que pour certaines fréquences d'excitation, l'amplitude des oscillations de la corde sont très importantes. On dit que pour ces fréquences, il y a résonance. Mathématiquement, les oscillations prennent alors la forme suivante :

$$y(x,t) = y_0 \sin(\omega t + \varphi') \sin(kx + \varphi) \tag{2}$$

2 - Comment s'appelle ce type d'onde ?

3 - Quel doit être le lien entre ω et k pour que $y(x,t)$ soit solution de l'équation de propagation 1 ?

On cherche maintenant à prédire théoriquement les fréquences pour lesquelles il y a résonance.
On note L la longueur de la corde. La corde est fixée à l'extrémité $x = L$.

4 - Qu'impose cette condition sur $y(L,t)$?

5 - Lors d'une résonance, on constate expérimentalement que l'amplitude de l'onde au niveau du vibreur est très petite devant l'amplitude au niveau des ventres. On supposera donc que l'on a un nœud en $x = 0$.

De cette condition et de celle de la question précédente, en déduire que $\varphi = 0$ et que le nombre d'onde k s'écrit, pour une résonance : $k = \dfrac{n\pi}{L}$ avec $n \in \mathbb{Z}$.

6 - En déduire l'expression des fréquences f_n auxquelles les résonances ont lieu.

7 - Comparer expérience et théorie.