Partie V : électromagnétisme
Chapitre 4

Bilans d'énergie en électromagnétisme

I Transfert d'énergie entre champs et charges

Force sur une charge / sur une distribution de charges

$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$

$\overrightarrow{\mathrm{d}F} = \mathrm{d}\tau(\rho\vec{E} + \vec{j} \wedge \vec{B})$

Puissance champs vers charges $\quad \mathcal{P} = \vec{F} \cdot \vec{v}$

$\mathcal{P} = q\vec{v} \cdot \vec{E}$ [W]

$\dfrac{\mathrm{d}\mathcal{P}}{\mathrm{d}\tau} = \vec{j} \cdot \vec{E}$ $[\mathrm{W} \cdot \mathrm{m}^{-3}]$

Cas d'un milieu ohmique :
- Loi d'Ohm locale : $\vec{j} = \gamma\vec{E}$
- Loi d'Ohm intégrée : $U = RI$ (expression de R)
- Puissance $\dfrac{\mathrm{d}\mathcal{P}}{\mathrm{d}\tau} = \vec{j} \cdot \vec{E}$ dissipée par effet Joule

II Identité de Poynting

Forme de l'équation de conservation de l'énergie

$\dfrac{\partial u}{\partial t} + \mathrm{div}\,\vec{\Pi} = -\vec{j} \cdot \vec{E}$

- $u\,\mathrm{d}\tau =$ énergie du champ dans $\mathrm{d}\tau$
- $\vec{\Pi} \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}S}$ =puissance du champ rayonnée vers ext.
- $-\vec{j} \cdot \vec{E}\,\mathrm{d}\tau =$ puissance transmise par les charges vers les champs (dans $\mathrm{d}\tau$)

$\downarrow$ expressions pour u, $\vec{\Pi}$

Identité de Poynting

Cas d'un milieu ohmique

Cas d'une bobine ou d'un condensateur (TD)

Plan du cours

I - Transfert d'énergie entre champs et charges

1 - Force subie et puissance reçue par les charges de la part du champ

2 - Cas d'un milieu ohmique (loi d'Ohm locale ; la loi d'Ohm $U = Ri$; $\mathrm{d}\mathcal{P}/\mathrm{d}\tau$ par effet Joule ; puissance totale dissipée par effet Joule)

II - Identité de Poynting

1 - Forme d'une équation de conservation de l'énergie

2 - Exemple : bilan d'énergie dans un conducteur ohmique

Ce qu'il faut connaître

——— (cours : I)

►1 Quelle est l'expression de la force de Lorentz subie par une charge ponctuelle dans un champ $\vec{E}$, $\vec{B}$?
Quelle est l'expression de la puissance reçue par la charge via cette force ?

►2 Quelle est l'expression de la densité volumique de force électromagnétique ? (c'est-à-dire de la force volumique exercée par les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sur un matériau de densité de charges ρ et de courant $\vec{j}$)
Quelle est l'expression de la puissance volumique cédée par les champs aux porteurs de charges du milieu ?

►3 Quelle est l'expression de la loi d'Ohm locale ?
Quelle est l'unité de la conductivité électrique ?

——— (cours : II)

►4 Quelle est l'expression de la densité volumique d'énergie électromagnétique u ? Son unité ?

►5 Quell est l'expression du vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$? Son unité ?

►6 Quelle est l'expression de la puissance du champ électromagnétique rayonnée à travers une surface S ? (intégrale de $\vec{\Pi} \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}S}$)

►7 Donner l'équation locale de conservation de l'énergie du champ électromagnétique (l'identité de Poynting). Interpréter chacun des termes.

Ce qu'il faut savoir faire

——————— (cours : I)

▶8 Démontrer l'expression de la puissance volumique cédée par le champ aux charges (pour un milieu décrit par ρ et $\vec{j}$) : $\dfrac{\mathrm{d}\mathcal{P}}{\mathrm{d}\tau} = \vec{j}\cdot\vec{E}$.

▶9 Dans le cas d'un milieu ohmique, faire le lien entre forme locale de la loi d'Ohm $\vec{j} = \gamma\vec{E}$ et la forme intégrale (c-à-d la loi de l'électrocinétique $U = RI$).

- On considère un milieu ohmique, constitué d'un cylindre de longueur L et de section S. Les différentes grandeurs y sont uniformes. Il est parcouru par un courant I, et soumis à une différence de potentiel U. En utilisant la loi d'Ohm locale, montrer qu'on arrive à la relation $U = RI$ (et on donnera l'expression de R en fonction de γ, L et S). (voir démo cours)

▶10 Exprimer la puissance volumique reçue par les charges de la part du champ dans le cas particulier d'un milieu ohmique. Intégrer cette puissance reçue sur un volume.

- Même situation que pour le point précédent. En intégrant la loi d'Ohm locale sur tout le volume, montrer que la puissance reçue par les charges de la part du champ se met sous la forme $\mathcal{P} = RI^2$. (voir démo cours)

——————— (cours : II)

▶11 Exprimer le vecteur de Poynting à partir de l'expression des champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$.

Exprimer la puissance électromagnétique rayonnée à travers une surface S.

- On donne $\vec{E} = E_0\vec{e}_z$ et $\vec{B} = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}\,\vec{e}_\theta$ en coordonnées cylindriques. Donner l'expression du vecteur de Poynting.

▶12 Faire un bilan d'énergie sur un milieu ou composant électronique donné.

- Cours II.2 pour le cas du conducteur ohmique.
- TD III, IV, V pour les cas du condensateur, de la bobine.

Documents

Constantes physiques intervenant dans la théorie de l'électromagnétisme :

- Vitesse de la lumière dans le vide : $c = 2.998\times10^{8}\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.
- Permittivité du vide : $\epsilon_0 = 8.854\times10^{-12}\,\mathrm{F\cdot m^{-1}}$ (aussi appelée permittivité diélectrique du vide).
- Perméabilité du vide : $\mu_0 = 12.57\times10^{-7}\,\mathrm{H\cdot m^{-1}}$ (aussi appelée perméabilité magnétique du vide).
- Charge élémentaire : $e = 1.602\times10^{-19}\,\mathrm{C}$ (la charge d'un proton est $+e$, celle d'un électron $-e$).

On a la relation $\boxed{\mu_0\epsilon_0\,c^2 = 1}$.