

## DM 16 – Capacité d'un câble coaxial

Le câble coaxial est utilisé pour transmettre de l'information, par exemple entre une antenne et une télévision, ou encore vers certains modems internet. C'est également ce type de câble qui permet de réaliser des mesures à l'oscilloscope.

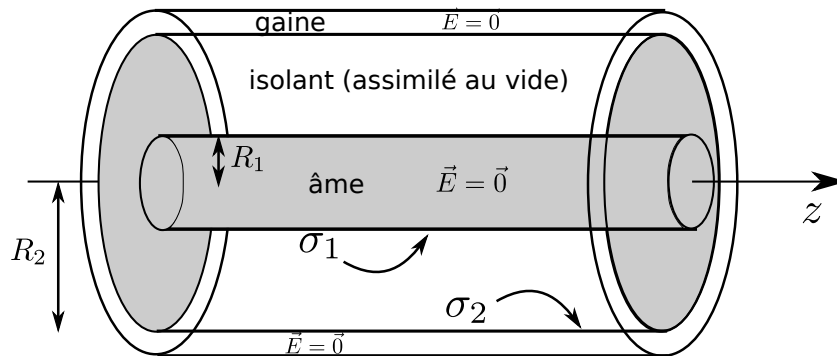
Un câble coaxial est constitué de deux cylindres conducteurs concentriques. Le cylindre intérieur est appelé l'âme (rayon  $R_1$ ), et le cylindre extérieur la gaine (rayon  $R_2$ ). Entre les deux se trouve un matériau isolant, de permittivité diélectrique que l'on prendra égale à celle du vide :  $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$ .

Il s'agit donc de deux conducteurs en regard l'un de l'autre, tout comme dans le modèle du condensateur vu en cours. Le câble se comporte donc (en partie) comme un condensateur.

On se place en régime stationnaire. On admet que la densité de charge à l'intérieur de l'âme est nulle, sauf à sa surface, où il y a présence d'une densité surfacique de charge  $\sigma_1$ . De même, à l'intérieur de la gaine la densité de charge est nulle, sauf à sa surface où il y a présence d'une densité surfacique de charge  $\sigma_2$ .

On considère une longueur  $L$  de câble. On note  $z$  la direction le long du câble.

On veut aboutir à une expression du champ électrique dans l'espace entre la gaine et l'âme ( $R_1 < r < R_2$ ).



- 1 - En régime stationnaire, la charge totale présente sur l'âme est l'opposée de la charge totale présente sur la gaine. En déduire la relation  $R_1\sigma_1 = -R_2\sigma_2$ .
- 2 - En étudiant les symétries et les invariances de la distribution de charges, montrer que l'on peut écrire  $\vec{E}(M) = E(r)\vec{e}_r$ , avec  $\vec{e}_r$  le vecteur radial des coordonnées cylindriques d'axe  $z$ .  
On justifiera soigneusement. On distinguera bien les deux étapes (symétries, et invariances).
- 3 - Sur une vue en coupe dans un plan orthogonal à l'axe  $z$ , schématiser quelques lignes de champ et quelques équipotentielles. On supposera que l'armature interne porte une charge positive.
- 4 - En appliquant le théorème de Gauss à une surface bien choisie, déterminer l'expression du champ  $\vec{E}$  pour  $r$  compris entre  $R_1$  et  $R_2$ .
- 5 - En déduire l'expression de la différence de potentiel  $U$  entre l'âme et la gaine :  $U = V(R_1) - V(R_2)$ , en fonction des deux rayons et de  $\sigma_1$ .
- 6 - La capacité d'un condensateur est définie par  $C = \frac{Q}{U}$ , avec  $Q$  la charge portée par l'armature positive.  
Donner l'expression de  $C$  en fonction de  $\epsilon_0$ ,  $L$ ,  $R_1$  et  $R_2$ .
- 7 - Définir la capacité linéique (par unité de longueur) du câble. Donner sa valeur pour  $R_1 = 1.0 \text{ mm}$  et  $R_2 = 2.5 \text{ mm}$ .