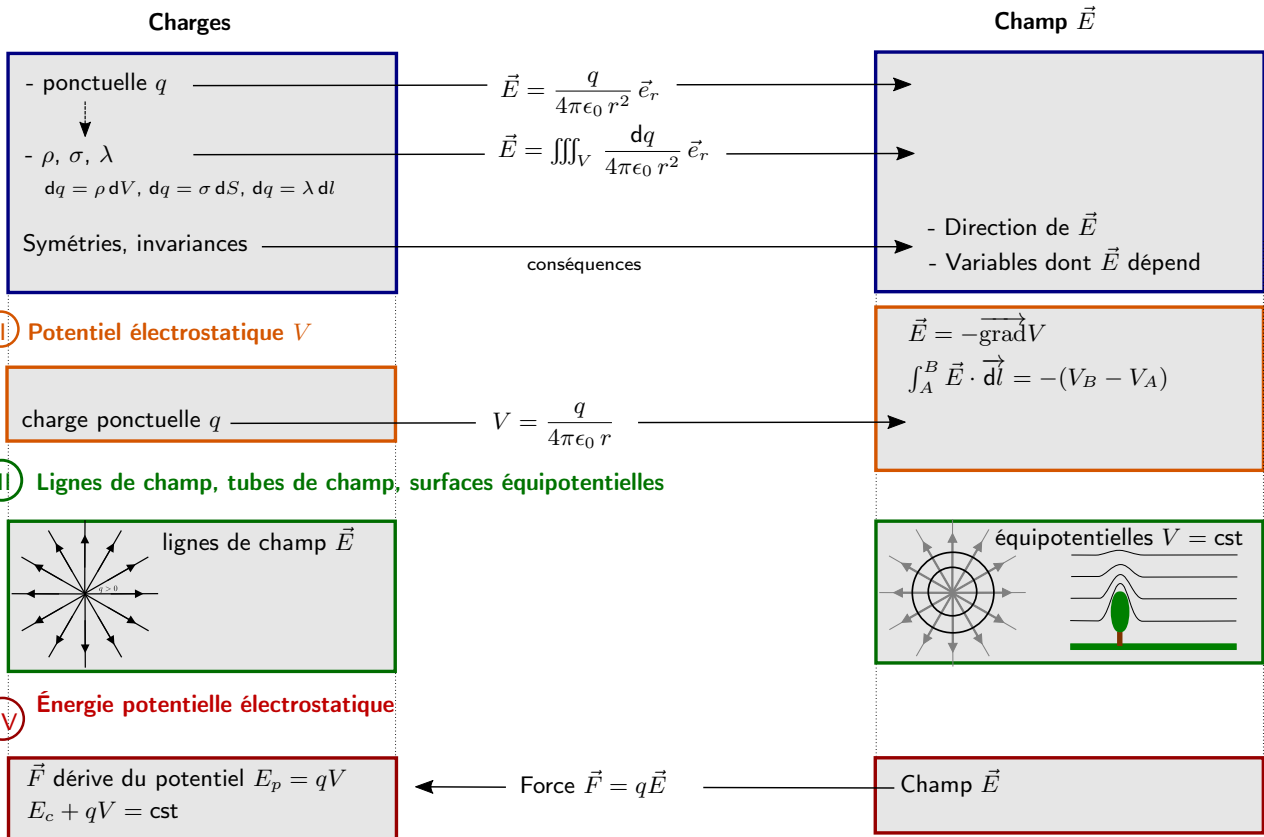


Électrostatique : champ \vec{E} et potentiel V

I Liens entre charges électriques et champ électrique



(à colorier avec une couleur par partie lors de la relecture du cours, si besoin voir la version couleur sur Internet)

Plan du cours

I - Liens entre charges électriques et champ électrique

- 1 - Charge ponctuelle et champ créé
- 2 - Distribution continue de charges et champ créé
- 3 - Symétries et invariances de la distribution de charges et conséquences pour \vec{E}

II - Le potentiel électrostatique V

- 1 - Circulation de \vec{E} et potentiel V
- 2 - Potentiel électrostatique pour une charge ponctuelle

III - Lignes de champ, tubes de champ, surfaces équipotielles

- 1 - Définitions
- 2 - Liens entre lignes de champ et surfaces équipotielles

IV - Énergie potentielle électrostatique

Ce qu'il faut connaître

_____ (cours : I)

- ▶₁ Quand peut-on dire qu'un champ électrique est électrostatique ?
Quelle est l'unité du champ E ?
Donner l'ordre de grandeur de E pour un exemple au choix.
- ▶₂ Quelle est l'expression de la loi de Coulomb ?
- ▶₃ Que dit le principe de superposition ?

- ₄ Donner l'expression de la charge totale Q_{tot} résultant d'une distribution de charges volumique, surfacique ou linéique, à l'aide d'intégrales.
- ₅ Donner l'expression du champ \vec{E} créé par une distribution de charges volumique, surfacique ou linéique, à l'aide d'intégrales.
- ₆ Symétries : Quelle est la définition d'un **plan de symétrie** d'une distribution de charges ? Quelles sont les conséquences sur la direction du champ \vec{E} ?

Même question pour un **plan d'antisymétrie** d'une distribution de charges.

- ₇ Invariances : Que dire de la dépendance des composantes du champ \vec{E} lorsque la distribution de charges est invariante par translation selon z ? Par rotation autour d'angle θ autour d'un axe ? etc.

————— (cours : II)

- ₈ Quelle est la définition de la circulation du champ \vec{E} le long d'un chemin \mathcal{C} ?

- ₉ Connaître la relation $\text{rot } \vec{E} = \vec{0}$ pour le champ électrostatique.

- ₁₀ Connaître la relation $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V$.

- ₁₁ Connaître la relation $\int_A^B \vec{E} \cdot \overrightarrow{dl} = - \int_A^B \overrightarrow{\text{grad}} V \cdot \overrightarrow{dl} = -(V_B - V_A)$.

Connaître les conséquences :

- la circulation de \vec{E} entre deux points fixes ne dépend pas du chemin suivi mais uniquement du potentiel V en ces points ;
- la circulation de \vec{E} sur un chemin fermé est nulle.

- ₁₂ Quelle est l'expression en coordonnées cartésiennes de l'opérateur gradient ?

- ₁₃ Quelle est l'expression du potentiel $V(r)$ créé par une charge ponctuelle ?

————— (cours : III)

- ₁₄ Définir une ligne de champ. Allure et sens pour une charge ponctuelle > 0 ou < 0 ?

- ₁₅ Définir une surface équipotentielle.

- ₁₆ Connaître les propriétés liant lignes de champ et surfaces équipotentielles : elles sont orthogonales, V décroît le long d'une ligne de champ, et \vec{E} est plus intense là où les équipotentielles se resserrent.

————— (cours : IV)

- ₁₇ Quelle est l'expression de l'énergie potentielle électrostatique d'une charge placée dans un champ extérieur \vec{E} ?

Ce qu'il faut savoir faire

————— (cours : I)

- ₁₈ Utiliser les points ►₄, ►₆, ►₇ ci-dessus dans des exercices.

- TD II et III.
- On considère un plan infini uniformément chargé. Symétries ? Invariances ? en déduire la dépendance spatiale de \vec{E} et sa direction.
- On considère une sphère de rayon R uniformément chargée en surface (densité de charge surfacique σ), quelle est la charge totale portée ? Même question si uniformément chargée en volume (densité de charge volumique ρ)¹.

————— (cours : II)

- ₁₉ Retrouver l'expression du potentiel V créé par une charge ponctuelle.

- On considère une charge ponctuelle q placée en O . On donne $\overrightarrow{\text{grad}} V = \frac{dV}{dr} \vec{e}_r$ en coordonnées sphériques pour un champ V ne dépendant que de r . Démontrer l'expression du potentiel V créé par cette charge. (partir pour cela de l'expression, connue, de \vec{E})

- ₂₀ Étant donné l'expression du potentiel électrostatique V , calculer l'expression du champ \vec{E} . (Si coordonnées sphériques ou cylindriques : l'expression de l'opérateur gradient est fournie.)

1. $Q_{\text{tot}} = 4\pi R^2 \sigma$ et $Q_{\text{tot}} = (4/3)\pi R^3 \rho$.

– On donne $V = V_0 z/L$ (coordonnées cartésiennes), calculer \vec{E} .

►₂₁ Calculer une différence de potentiel par circulation du champ électrostatique (le champ \vec{E} étant donné).

– On considère le champ $\vec{E}(x, y, z) = E_0 \vec{e}_z$ ($E_0 = \text{cst}$). Donner l'expression de la différence de potentiel entre les points $A(0, 0, 0)$ et $B(d, 0, h)$.²

————— (cours : III)

►₂₂ Étant donnée une distribution de charges, tracer l'allure des lignes de champ électrostatique. Respecter en particulier les conséquences des symétries et invariances de la distribution.

►₂₃ Étant donnée une carte des lignes de champ électrostatique, tracer l'allure des surfaces équipotentielles (et vice-versa).

Savoir repérer les zones de champ forts à partir des équipotentielles.

– Pour ce point et le précédent : TD III (q.3), et exemples sur la fiche de début de chapitre.

————— (cours : IV)

►₂₄ Démontrer l'expression de l'énergie potentielle électrostatique d'une charge placée dans un champ \vec{E}_{ext} (cours).

►₂₅ L'utiliser lorsque c'est pertinent.

– TD V

Documents associés au cours

Constantes physiques intervenant dans la théorie de l'électrostatique :

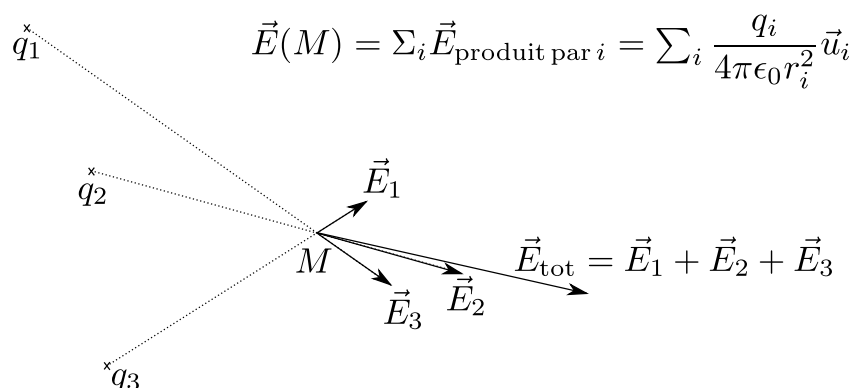
- Vitesse de la lumière dans le vide : $c = 2.998 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
- Permittivité du vide : $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$ (aussi appelée permittivité diélectrique du vide).
- Charge élémentaire : $e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$ (la charge d'un proton est $+e$, celle d'un électron $-e$).

Autres constantes physiques utiles :

- Masse d'un électron : $m_e = 9.109 \times 10^{-31} \text{ kg}$ (on retiendra 10^{-30} kg), d'un proton : $m_p = 1.673 \times 10^{-27} \text{ kg}$.
- Constante universelle de gravitation : $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$.

I.1 – Charge ponctuelle et champ créé

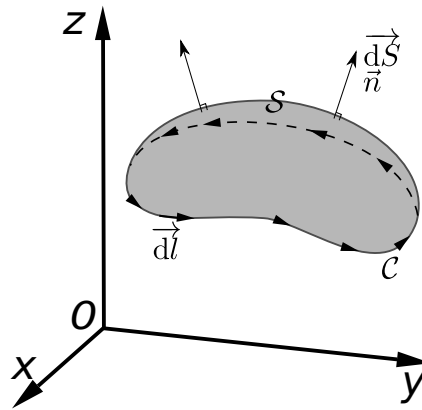
Figure 1 : Illustration du principe de superposition



². $V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_A^B E_0 \vec{e}_z \cdot d\vec{l}$. Or $(\vec{e}_z \cdot d\vec{l}) = dz$. Donc $V_A - V_B = \int_A^B E_0 dz = E_0(z_B - z_A) = E_0 h$, soit encore $V_B - V_A = -E_0 h$.

II – Le potentiel électrostatique

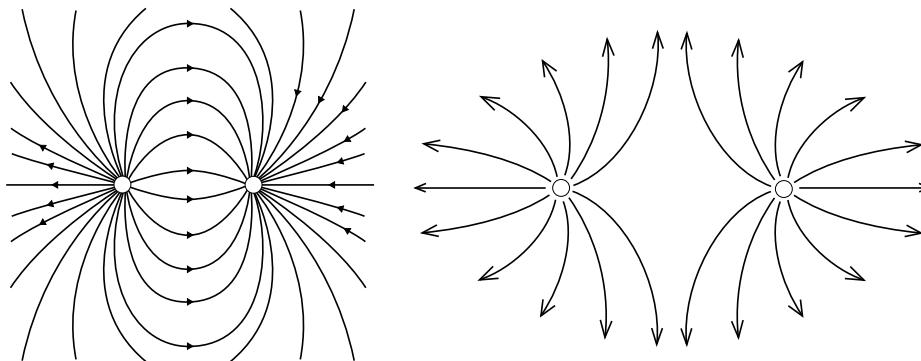
Figure 2 : exemple de surface S s'appuyant sur un contour pour le théorème de Stokes-Ampère



La surface est ouverte. Elle s'appuie sur le contour C . L'orientation du contour fixe le sens de la normale (avec la règle de la main droite).

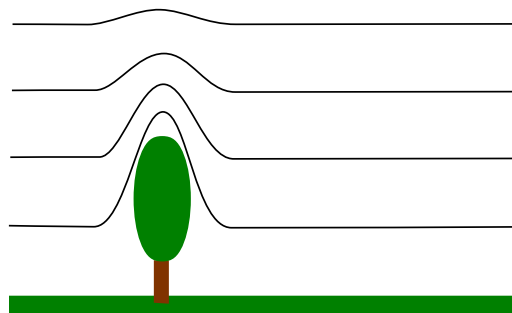
III – Exemples de lignes de champ et surfaces équipotentielles

Figure 3 : Lignes de champ pour deux charges placées en regard



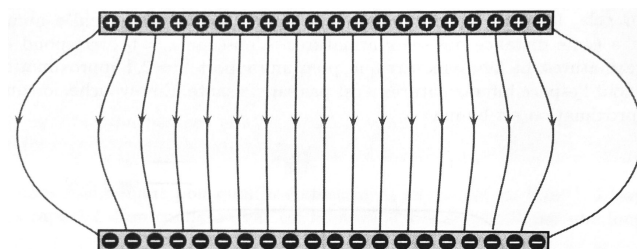
À compléter : le signe des charges, et l'allure des équipotentielles.

Figure 4 : Effet de pointe : équipotentielles au dessus du sol en présence d'un arbre



À compléter : tracer des vecteurs \vec{E} (attention à rendre compte du fait que \vec{E} n'est pas uniforme). Conclure en cas de foudre.

Figure 5 : Lignes de champ pour deux plans de charges opposées



Ceci modélise la situation dans un condensateur. On remarque que "loin" des bords, les lignes de champ sont toutes selon le même axe, ce qui justifie de négliger les effets de bord dans ce domaine de l'espace. À compléter : tracer quelques équipotentielles.

Introduction à la partie sur l'électromagnétisme

Les entités de bases : Charges et champs

- La présence de charges, immobiles ou en mouvement (on parle alors de courants), est à l'origine d'un champ électromagnétique $\vec{E}(M, t)$, $\vec{B}(M, t)$.
- En retour, ce champ électromagnétique agit sur les charges via la force de Lorentz $\vec{F} = q_{\text{charge}}(\vec{E} + \vec{v}_{\text{charge}} \wedge \vec{B})$, où les champs \vec{E} et \vec{B} sont pris à l'endroit où se situe la charge.

Force entre deux charges

- La force qui s'exerce entre deux charges est transmise par l'intermédiaire des champs \vec{E} et \vec{B} .
- Il n'y a donc pas d'action instantanée : si on bouge une charge, le champ électromagnétique est modifié de proche en proche jusqu'à l'autre charge (vitesse c dans le vide). C'est similaire à la propagation de vagues à la surface d'un lac.

Unités

- $\|\vec{E}\|$: V/m (volts par mètres)
- $\|\vec{B}\|$: T (tesla)
- q : C (coulomb)

Deux domaines d'étude restreints :

- **L'électrostatique** : étude des situations avec uniquement un champ électrique \vec{E} stationnaire (pas de dépendance en t , pas de champ magnétique).
Ceci implique une distribution de charges fixes dans le référentiel d'étude.
C'est l'objet des chapitres 1.1 et 1.2.
- **La magnétostatique** : étude des situations avec uniquement un champ magnétique \vec{B} stationnaire (pas de dépendance en t , pas de champ électrique).
Ceci implique une distribution de courants dont l'intensité ne varie pas dans le temps et portés par des fils fixes dans le référentiel d'étude.
C'est l'objet du chapitre 2.

On étudiera la situation générale (champs \vec{E} et \vec{B} à la fois, dépendants du temps) dans le chapitre 3, en exposant la théorie de l'électromagnétisme. Le postulat de départ sera alors les équations de Maxwell. Les situations électrostatique et magnétostatique seront alors vues comme des cas particuliers de cette situation générale.

Ordres de grandeur

Exemple	Données	Ordre de grandeur de $\ \vec{E}\ $
Dans un atome, interaction entre le noyau et un électron	charge du noyau $q \sim e = 1.6 \times 10^{-19}$ C, distance $r \sim 1.0 \text{ \AA} = 1.0 \times 10^{-10}$ m	$\ \vec{E}\ \sim \frac{e}{4\pi r^2} \sim \text{V/m}$
Champ électrique dans un condensateur, entre les armatures	tension U de qq Volts distance d entre armatures 1 mm ou moins	$\ \vec{E}\ \sim \frac{U}{d} \sim 10^4 \text{ V/m}$
Champ électrique à la surface de la Terre		100 V/m (par temps calme) qq 10^3 V/m (orage)
Valeur du champ disruptif de l'air (au delà duquel l'air est ionisé et devient conducteur)		$3600 \text{ V/cm} = 3.6 \times 10^6 \text{ V/m}$