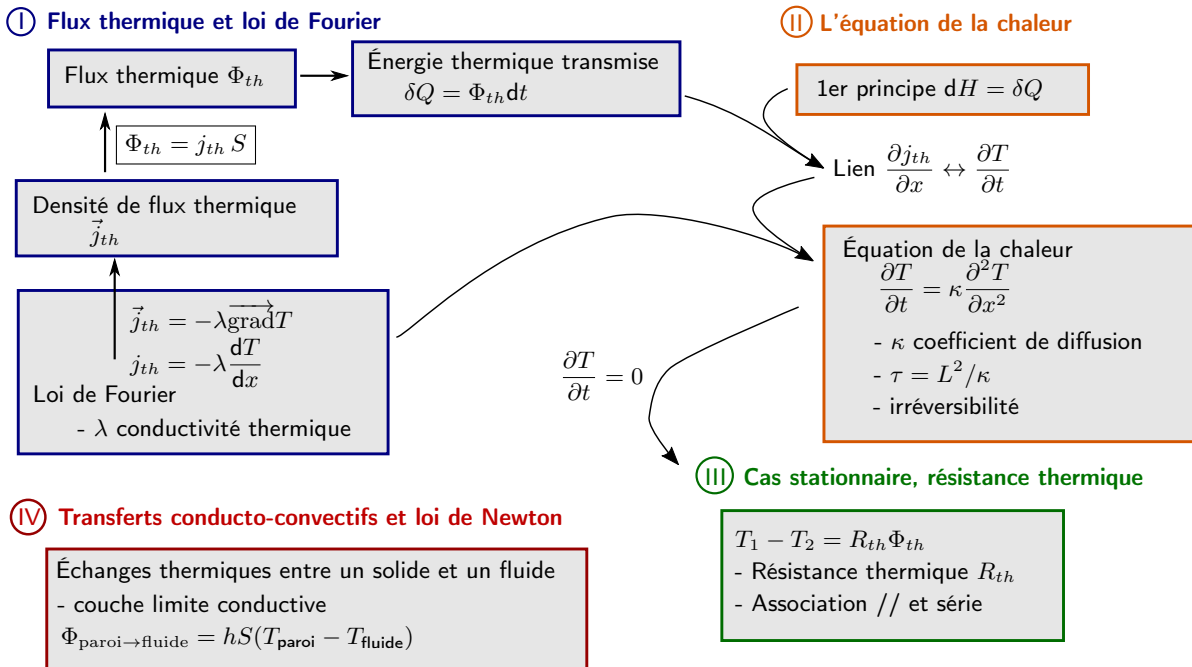


Transfert d'énergie par conduction thermique

Plan schématique du cours



(à colorier lors de la relecture du cours, soit seul soit à l'aide de la version couleur sur Internet)

Plan du cours

I - Flux thermique et loi de Fourier

- 1 - Flux ou puissance thermique, densité de flux thermique
- 2 - Loi de Fourier à 1D
- 3 - L'opérateur gradient et la loi de Fourier à 3D

II - L'équation de la chaleur

- 1 - Bilan thermique à 1D
- 2 - Équation de la chaleur
- 3 - Conditions aux limites
- 4 - Lien entre temps et longueur caractéristique pour la diffusion thermique
- 5 - Irréversibilité de la diffusion thermique

III - Cas stationnaire : résistance thermique

- 1 - Solution en régime stationnaire
- 2 - Association de résistances thermiques

IV - Transfert conducto-convectif et loi de Newton

- 1 - Hypothèses et loi de Newton
- 2 - En terme de résistance thermique

Ce qu'il faut connaître

————— (cours : I)

- ▶₁ Quelle est la définition du flux thermique Φ_{th} (ou puissance thermique) à travers une surface S (en terme d'énergie et de temps)?
Quel est le lien avec l'énergie thermique δQ transmise à travers une surface?
- ▶₂ Quel est le lien entre flux thermique Φ_{th} et densité de flux thermique \vec{j}_{th} dans le cas 1D?
Dans le cas général (en utilisant une intégrale)?
- ▶₃ Donner l'expression de la loi de Fourier dans le cas 1D. De même dans le cas général.
Interpréter l'importance du signe moins dans cette relation (penser au sens dans lequel s'effectue le transfert thermique).
- ▶₄ Quelle est l'expression de $\overrightarrow{\text{grad}}T$ en coordonnées cartésiennes?
- ▶₅ Quels sont les ordres de grandeur des conductivités thermiques dans le domaine de l'habitat?

————— (cours : II)

- ▶₆ Donner l'équation de la chaleur.
- ▶₇ Quelle est la dimension du coefficient de diffusion thermique κ ?

————— (cours : III)

- ▶₈ Quelle est la définition de la résistance thermique qui fait intervenir flux thermique et différence de températures? S'aider pour cela du schéma "électrique" correspondant.
- ▶₉ Quelle est l'analogie entre résistance thermique et résistance électrique?

————— (cours : IV)

- ▶₁₀ Donner la loi de Newton et les hypothèses qui permettent sa démonstration.

Ce qu'il faut savoir faire

Remarque : La liste ci-dessous comporte les savoir faire généraux, ainsi que des exemples concrets de questions qui peuvent être posées. Ces exemples ne sont pas exhaustifs : d'autres questions peuvent aussi être abordées.

————— (cours : I)

- ▶₁₁ Calculer un flux thermique étant donné un profil de température et la conductivité thermique.
 - TD exercice II.

————— (cours : II)

- ▶₁₂ Faire un bilan d'énergie en considérant une tranche comprise entre x et $x + dx$ dans un problème unidimensionnel; en déduire une relation locale entre la température T et le vecteur densité de flux thermique j_{th} ; établir ensuite l'équation de la chaleur en utilisant la loi de Fourier (voir méthode 2).
 - On considère un matériau de masse volumique μ , capacité thermique massique à pression constante c_p , conductivité thermique λ . La situation est unidimensionnelle. Le matériau est calorifugé sur les côtés, mais pas à ses extrémités.
Établir une relation entre T et j_{th} , puis établir une équation portant sur T seulement (correction : c'est la démonstration de l'équation de la chaleur du cours).
 - Même situation que précédemment, mais le pourtour du matériau n'est pas calorifugé : il perd une puissance thermique par unité de surface $\varphi_{th} = h(T(x, t) - T_0)$. (Voir TD exercice sur l'ailette de refroidissement).

- ▶₁₃ Lier le temps et la longueur caractéristique d'un phénomène de diffusion au coefficient de diffusion κ par une analyse dimensionnelle.
 - On considère une barre de métal de longueur L portée à une extrémité à une température élevée. On note κ son coefficient de diffusion thermique. Comment sont reliés la longueur L et le temps t au bout duquel l'extrémité de la barre sera chaude? Comment évolue t si on double la longueur de la barre? Si on prend un matériau ayant un coefficient de diffusion deux fois moindre? (correction : cours)

————— (cours : III)

- ▶₁₄ Étant donnée une situation unidimensionnelle et stationnaire, définir la résistance thermique et donner son expression.

- On considère un barreau cylindrique de longueur L et section S , calorifugé sur le pourtour et en contact à ses extrémités avec des thermostats aux températures T_1 et T_2 . On suppose le régime stationnaire atteint.

Montrer que le flux thermique au sein du barreau ne dépend pas de la position.

Définir la résistance thermique du barreau et l'exprimer en fonction de S , L , et λ (correction : exercice TD III q.1).

- Un composant électronique dissipe une puissance thermique $P = 1 \text{ W}$. On note T sa température, $T_0 = 20^\circ\text{C}$ la température de l'air l'entourant, et R_{th} la résistance thermique entre l'air et le composant. Donner la relation entre P , T , T_0 et R_{th} .

T ne doit pas dépasser $T_{\max} = 120^\circ\text{C}$. Donner alors la valeur maximale admissible de R_{th} .¹

- ₁₅ En analogie avec les résistances électriques, utiliser des associations séries ou parallèles de résistances thermiques pour calculer un transfert thermique (voir méthode 1, et TD III et IV).

- On considère un mur en béton de résistance thermique $R_{th,b}$ isolé par une couche de laine de verre de résistance thermique $R_{th,lv}$, avec présence d'une fenêtre de résistance thermique $R_{th,f}$. Donner l'expression de la résistance thermique de l'ensemble. Donner l'expression du flux thermique traversant l'ensemble en fonction de la différence de température entre face intérieure et extérieure.

————— (cours : IV)

- ₁₆ Utiliser la loi de Newton pour exprimer le transfert thermique par conducto-convection entre une paroi et un fluide.

Associer une résistance thermique à un transfert conducto-convectif.

- On considère un vitrage simple de surface $S = 1.0 \text{ m}^2$. On le modélise comme la succession de : un transfert conducto-convectif de coefficient $h_{\text{int}} = 9.1 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^2$, une épaisseur de verre de $e = 4 \text{ mm}$ avec $\lambda_{\text{verre}} = 1.0 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}$, un transfert conducto-convectif de coefficient $h_{\text{ext}} = 16.6 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^2$. Donner l'expression et la valeur de la résistance thermique équivalente de l'ensemble.

Donner l'expression et la valeur de la température sur la face interne de la vitre (correction : cours).

Rappels sur les modes de transfert d'énergie thermique

On distingue trois grands types de transfert thermique :

- **Les transferts thermiques par conduction** (aussi appelés par diffusion). Ils se font dans un milieu matériel, et sans mouvement macroscopique de matière. Ils sont assurés par des transferts d'énergie entre molécules ou atomes à l'échelle microscopique (les zones chaudes contiennent des molécules qui rapides (agitation thermique élevée) qui transfèrent leur énergie, via des collisions, aux molécules plus lentes des zones froides).

Exemple : un ustensile de cuisine dont on place une extrémité dans une casserole chaude finit par être chaud de part en part.

- **Les transferts thermiques par convection**. Ils se font dans un milieu matériel, et grâce à des mouvements macroscopiques de matière.

Exemple : Dans un champ de pesanteur, les zones chaudes ont tendance à être moins denses que les zones froides et à s'élever. Lorsque l'on chauffe une casserole d'eau par le bas, les zones chauffées en bas remontent. Ceci entraîne un déplacement du fluide chaud vers le haut et donc un transfert d'énergie thermique vers le haut. L'effet est d'homogénéiser la température.

Remarque : Lorsqu'il y a présence à la fois de conduction et de convection (donc dans les liquides ou les gaz), c'est généralement la convection qui réalise le transfert le plus efficace. En revanche dans les solides seul le transfert par conduction est possible.

- **Les transferts thermiques par rayonnement**. Il s'agit d'énergie transportée par le rayonnement électromagnétique, et transmis à la matière qui le reçoit lors de l'absorption du rayonnement. Il peut s'effectuer dans le vide.

Exemple : Le Soleil nous chauffe par rayonnement. De même, une grande partie de la chaleur transmise par un feu de cheminée se fait par rayonnement.

1. Faire un schéma "électrique" équivalent. On a $T - T_0 = P R_{th}$. Puis $T \leq T_{\max} \Leftrightarrow T_0 + P R_{th} \leq T_{\max}$, etc.

Documents associés au cours

	conductivité thermique λ ($\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)
Métal bon conducteur (Ag, Cu)	400
Acier	50
Béton	1 – 2
Verre	1 – 1.5
Eau immobile	0.6
Bois	0.1 – 0.3
Laine de verre	0.04
Air immobile (T et p usuelles)	0.03
Polystyrène expansé	0.004

Conductivité thermique λ pour des matériaux ou fluides courants.

Attention, l'air et l'eau étant des fluides les transferts par convection sont possibles, et souvent beaucoup plus efficaces que les transferts par conduction.

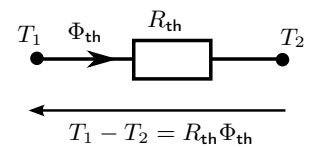
Méthodes

Méthode 1 : Comment utiliser la notion de résistance thermique ?

- On vérifie que le problème est stationnaire et unidimensionnel.
- On fait le schéma électrique équivalent avec les analogies :
 - flux thermique Φ_{th} \leftrightarrow intensité électrique I
 - différence de température $T_1 - T_2$ \leftrightarrow différence de potentiel $V_1 - V_2$.

Bien utiliser la convention récepteur.

- On utilise les lois d'association en série et en parallèle des résistances.



Méthode 2 : Comment déterminer l'équation différentielle sur T ?

- Vérifier que le problème est unidimensionnel. Choisir les coordonnées adaptées.
- Délimiter une tranche comprise entre x et $x + dx$ (ou r et $r + dr$ si cylindrique ou sphérique).

Faire un bilan d'énergie sur cette tranche :

$$\delta Q = \Phi_{th,entrant} dt - \Phi_{th,sortant} dt,$$

plus éventuellement d'autres sources ou d'autres pertes (ex. : exercice ailette de refroidissement).

Exprimer Φ_{th} en fonction de S et de j_{th} .

- – Si on est en régime stationnaire : $\delta Q = 0$. On en déduit facilement Φ_{th} , puis j_{th} , puis $T(x)$ avec la loi de Fourier (ex. : c'est ce que l'on fait pour établir l'expression de la résistance thermique R_{th}).
- Sinon : on utilise le premier principe $(dm)c_p dT = dH = \delta Q$ pour aboutir à une relation entre $\frac{\partial T}{\partial t}$ et $\frac{\partial j_{th}}{\partial x}$.
Puis avec la loi de Fourier on aboutit à l'équation de la chaleur.

