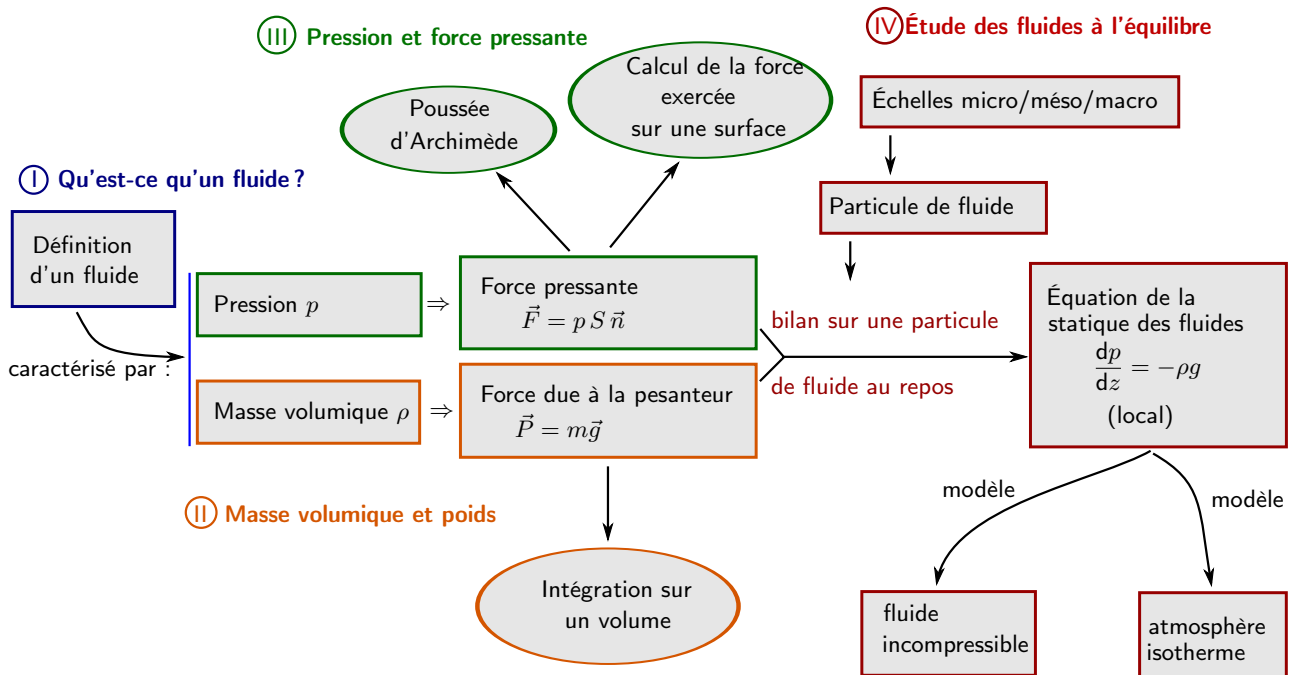


Statique des fluides

Plan schématique du cours



Plan du cours

I - Notion de fluide

- 1 - Grandeurs caractérisant localement le fluide

II - Masse volumique, masse et poids

- 1 - Force de pesanteur
- 2 - Calcul de la masse d'un volume de fluide, ex. de l'atmosphère
- 3 - Calcul du poids d'un volume de fluide

III - Pression et force pressante

- 1 - Origine microscopique
- 2 - Calcul de la force pressante, ex. sur un barrage
- 3 - Continuité de la pression à l'interface entre deux fluides
- 4 - Théorème d'Archimède

IV - Étude d'un fluide à l'équilibre : statique des fluides

- 1 - Notion de particule de fluide, échelles micro, méso et macro
- 2 - Relation locale de la statique des fluides (bilan des forces sur une particule de fluide)
- 3 - Application 1 : champ de pression dans un liquide incompressible
- 4 - Application 2 : champ de pression dans un gaz parfait isotherme

Ce qu'il faut connaître

_____ (cours : I, II, III)

- ₁ Quel est le lien entre poids et masse volumique, et entre force pressante et pression ?

- ▶₂ La force de pression est une force surfacique, la force de pesanteur est une force volumique : expliquer ces termes.
- ▶₃ Donner la relation de continuité de la pression entre deux fluides.
- ▶₄ Quel est le lien entre bars, pascals, atmosphères, et Newton par mètre carré ?
- ▶₅ ★ Quel est l'énoncé du **théorème d'Archimède** ? Quelles sont ses hypothèses d'application ?
 ————— (cours : IV)
- ▶₆ Qu'est-ce que l'échelle mésoscopique ?
- ▶₇ ★ Donner la **relation locale de la statique des fluides**.
- ▶₈ Quelle est l'expression de la pression en fonction de la profondeur dans un fluide incompressible ? et dans le cadre du modèle de l'atmosphère isotherme ?
- ▶₉ Que peut-on dire de l'ordre de grandeur de la variation de pression avec l'altitude dans le cas de l'océan et dans le cas de l'atmosphère ?

Ce qu'il faut savoir faire

Remarque : La liste ci-dessous comporte les savoir faire généraux, ainsi que des exemples concrets de questions qui peuvent être posées. Ces exemples ne sont pas exhaustifs : d'autres questions peuvent aussi être abordées.

————— (cours : II – Masse volumique et poids)

- ▶₁₀ Calculer la masse ou le poids d'un volume de fluide en le découpant en éléments infinitésimaux (voir TD III et cours).

- On donne l'expression de la masse volumique en fonction de l'altitude dans l'atmosphère : $\rho(z) = \rho_0 \exp(-z/H)$. Exprimer la masse d'une colonne d'air de section $S = 1 \text{ m}^2$.^a

————— (cours : III – Pression et force pressante)

- ▶₁₁ Calculer la force pressante qui s'exerce sur une surface, (i) de façon simple si la pression est uniforme, ou bien (ii) si la pression n'est pas uniforme en la découpant en éléments infinitésimaux (voir TD IV et cours).

- On considère un barrage vertical de dimensions $H \times L$. La pression dans l'air est uniforme égale à p_0 . Donner l'expression de la force exercée par l'air sur le barrage.^b

- On considère un barrage vertical de dimensions $H \times L$. La pression dans l'eau vérifie $p(z) = p_0 + \rho_0 g z$ (axe z vers le bas, $z = 0$ à la surface). Donner l'expression de la force exercée par l'eau sur le barrage. Application numérique pour $H = L = 100 \text{ m}$, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$, $\rho_0 = 1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$.^c

- ▶₁₂ Utiliser le théorème d'Archimède pour effectuer un bilan des forces sur un solide immergé (voir TD V et cours).

- On considère un glaçon dans l'eau, calculer $V_{\text{immergé}}/V_{\text{émergé}}$. On donne la masse volumique de l'eau $\rho_e = 1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, de la glace : $\rho_g = 0.9 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$.^d

————— (cours : IV – Étude des fluides à l'équilibre)

- ▶₁₃ Dans le cadre d'un modèle (fluide incompressible, ou gaz parfait isotherme), établir l'expression du champ de pression dans un fluide à partir de l'équation locale de la statique des fluides (voir cours et DM).

- Démontrer l'expression pour le champ de pression dans un fluide incompressible.

- Donner les hypothèses du modèle de l'atmosphère isotherme, et retrouver l'expression pour le champ de pression $p(z)$.

a. $m = \rho_0 S H$. Voir le cours pour la démonstration.

b. $\|\vec{F}\| = p_0 L H$.

c. $\|\vec{F}\| = p_0 L H + \rho_0 g L \frac{H^2}{2} = 5.9 \times 10^9 \text{ N}$. Voir le cours pour la démonstration.

d. On néglige la poussée d'Archimède exercée par l'air. On arrive à $\frac{V_2}{V_1} = \frac{\rho_e}{\rho_g} - 1$. Voir TD pour la correction.

Méthodes

- ▶ Si ρ uniforme \Rightarrow la masse d'un volume V est $m = \rho V$, son poids est $\vec{P} = \rho V \vec{g}$.
- ▶ Si ρ non uniforme (dépend de z par exemple), on utilise la méthode suivante :

Méthode : Calculer une masse ou un poids en intégrant sur un volume

- On choisit un système de coordonnées adaptées.
- On regarde de quelles variables dépend ρ .
- On construit un petit volume dV où $\rho \simeq \text{cst}$.
- On exprime $dV = \dots$
- La masse de ce volume est $dm = \rho dV$.
- On l'intègre sur le volume macroscopique pour avoir la masse totale :

$$M = \int_V dm = \int_V \rho dV.$$

(Si on veut le poids, on intègre $\rho dV \vec{g}$.)

- ▶ Si p et le vecteur normal \vec{n} sont uniformes \Rightarrow la résultante des forces de pression sur la surface S est $\vec{F} = p S \vec{n}$.
- ▶ Si p ou \vec{n} non uniforme (dépend de z par exemple), on utilise la méthode suivante :

Méthode : Calculer la résultante des forces de pression en intégrant sur une surface

- On choisit un système de coordonnées adaptées.
- On regarde de quelles variables dépendent p et le vecteur normal \vec{n} .
- On construit une petite surface dS où $p \simeq \text{cst}$ et $\vec{n} \simeq \text{cst}$.
- On exprime dS , ainsi que la normale \vec{n} sortant de dS .
- La force pressante exercée sur cette petite surface est $d\vec{F} = p dS \vec{n}$,
- On l'intègre sur la surface macroscopique pour avoir la résultante totale :

$$\vec{F} = \int_S d\vec{F} = \int_S p dS \vec{n}.$$

————— (La suite de ce polycopié comporte le début du cours (partie I), et le début de la partie IV (le IV.1).)

I Notion de fluide

I.1 Grandeurs caractérisant un fluide à l'équilibre

Notion de fluide : Un fluide est un milieu matériel capable de s'écouler.

Les liquides et les gaz sont des fluides.

Les grandeurs permettant de caractériser localement (donc en un point M) l'état du fluide sont :

- ▶ **La masse volumique.**

C'est la masse par unité de volume.

Pour un volume V de fluide homogène, de masse m , on a

$$\rho = \frac{m}{V} \quad [\text{kg/m}^3] \quad (\text{unité SI}).$$

Exemples :

- Eau (à 25°C sous 1 bar) : $\rho = 1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ (à connaître)
- Air (à 25°C sous 1 bar) : $\rho = 1.18 \text{ kg/m}^3$ (retenir l'ordre de grandeur 1 kg/m³)
- Plomb (à 25°C sous 1 bar) : $\rho = 11.3 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$

► **La pression :**

Unité SI : le pascal. $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$.

On utilise aussi le bar : $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$.

(Et parfois l'atmosphère, $1 \text{ atm} = 1.01325 \text{ bar}$.)

► **La température :**

Unité SI : le kelvin. $t(^{\circ}\text{C}) = T(\text{K}) - 273.15$.

- Toute **grandeur d'état thermodynamique intensive** : u énergie interne massique, h enthalpie massique, s entropie massique, ... (ou les grandeurs molaires).

Rappel : grandeur intensive = qui ne dépend pas du volume, qui est définie localement (T, p, ρ, u, \dots).

Remarque : Pour un corps pur sous une phase, la donnée de deux grandeurs d'état intensives suffit à connaître toutes les autres. Par exemple si on connaît T et p , on peut en déduire $\rho = \rho(T, p)$, $u = u(T, p)$, $s = s(T, p)$, etc.

	Pression
Centre du Soleil	10^{11} bar
Centre de la Terre	$4 \times 10^6 \text{ bar} = 4.0 \times 10^2 \text{ GPa}$
Hautes pressions en laboratoire	20 GPa à 130 GPa
Pression d'une bouteille de plongée	200 bar
Gaz dans un moteur Diesel après explosion	50 à 100 bar
Pression dans un pneu de voiture	4 bar (soit 3 bar au-dessus de la pression atmosphérique)
Pression au niveau de la mer	1 bar
Pression atmosphérique sur la Lune	10^{-14} bar
Pression au sommet de l'Everest (8850 m)	
Pression au fond de la fosse des Mariannes (11 km)	

Table 1 : ordres de grandeur de la pression dans différents milieux.

IV.1 – Notion de particule de fluide, échelles micro, méso, macro

On définit trois tailles ou échelles caractéristiques :

- **L'échelle macroscopique** : correspond à une dimension caractéristique du dispositif étudié.

Exemples :

- **L'échelle microscopique** : correspond à la distance moyenne parcourue par une molécule du fluide entre deux collisions avec d'autres molécules. (Cette distance est appelée le libre parcours moyen.)

Exemples :

- **L'échelle mésoscopique** : elle est intermédiaire entre les deux précédentes,

$$l_{\text{micro}} \ll l_{\text{méso}} \ll l_{\text{macro}}$$

Noté dl , ou dS pour une surface mésoscopique, ou dV pour un volume mésoscopique.

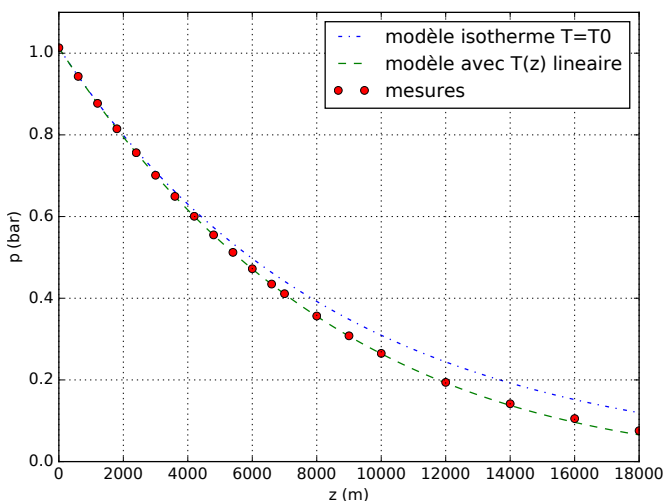
Intérêt de considérer un volume mésoscopique dV :

- C'est un volume assez grand, contenant un grand nombre de molécules, si bien que les grandeurs thermodynamiques comme T , p , ρ peuvent être définies.
- C'est un volume assez petit pour que ces mêmes grandeurs varient très peu au sein du volume.

Une **particule de fluide** est un volume de fluide **mésoscopique** et **fermé**.

- Mésoscopique signifie qu'une particule de fluide est petite par rapport au volume total du système, mais assez grande pour contenir un grand nombre de molécules.
- Fermé signifie que ce volume est toujours constitué des mêmes molécules. S'il y a écoulement, on suit le volume avec l'écoulement. Il n'est donc pas fixe dans l'espace.

IV.4 – Champ de pression dans l'air



Coté expériences-mesures : les points rouges sont des mesures de pression dans l'atmosphère. (Source : Thermodynamique, une approche pragmatique, Çengel et al.)

Coté théorie-modèle : Deux modèles de la zone 0-20 km de l'atmosphère :

- le modèle isotherme, où $T = T_0$ (voir cours), avec lequel on aboutit à $p(z) = p_0 e^{-z/H}$;
- le modèle avec gradient de température, où $T(z) = T_0 - \lambda z$ (voir DM 4), avec lequel on aboutit à $p(z) = p_0 \left(1 - \frac{\lambda z}{T_0}\right)^\alpha$.

IV.3 et 4 – Champ de pression dans l'eau et dans l'air

	Air	Eau
Masse volumique		
Pression au niveau de la mer		
Variation de p avec l'altitude/la profondeur		
Hypothèses pertinentes pour modéliser la variation de p		

Table 2 : Différences entre les fluides "air" et "eau".