Partie II : Thermodynamique et mécanique des fluides
Rappels de 1re année

Thermodynamique – correction des questions

---

*⇝1 Compléter les exemples.

- Les grandeurs intensives : p, T ; toute grandeur massique : h, u, s ; toute grandeur molaire : U_m, H_m.
- Les grandeurs extensives, proportionnelles à la taille du système : volume V, nombre de moles n, masse m, énergie interne U, enthalpie H, entropie S.
- Les grandeurs qui ne sont ni l'un ni l'autre. Exemples : on peut penser à V^2, $n \times V$, ...

---

*⇝2 On suppose que l'on connaît T et p pour un gaz parfait. Donner $\rho(T,p)$.

On a $p = \dfrac{nRT}{V}$, et $\dfrac{n}{V} = \dfrac{m}{MV} = \dfrac{\rho}{M}$ avec M la masse molaire.
D'où $\boxed{\rho(p,T) = \dfrac{Mp}{RT}.}$

---

*⇝3 Rappeler les unités de p, V, n et T. Quelle est l'unité du produit pV ? Retrouver l'unité de la constante R.

- Dans le système SI, p est en pascal, V en m^3, n en mole, T en kelvin.

- Le produit pV est en $\mathrm{Pa} \cdot \mathrm{m}^3$, ce qui peut aussi s'écrire $\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^{-2} \cdot \mathrm{m}^3 = \mathrm{N} \cdot \mathrm{m} = \mathrm{J}$ car des newtons par des mètres donnent une énergie (cf par exemple le travail d'une force $W =$ force $\times$ déplacement).
Conclusion : pV est en joules.

- Ceci permet enfin de trouver l'unité de la constante des gaz parfaits R. On utilise la loi des gaz parfaits écrite comme $R = pV/(nT)$. On retrouve donc l'unité habituelle de R : des $\mathrm{J} \cdot \mathrm{mol}^{-1} \cdot \mathrm{K}^{-1}$.

---

*⇝4 Calculer le volume occupé par une mole de gaz parfait sous 1 bar à 25°C. (on doit trouver 25 L)

On utilise la loi des gaz parfaits, qui donne $V = nRT/p$. Avec $p = 10^5\,\mathrm{Pa}$, $T = 293\,\mathrm{K}$, $n = 1\,\mathrm{mol}$, $R = 8.314\,\mathrm{J} \cdot \mathrm{mol}^{-1} \cdot \mathrm{K}^{-1}$, on trouve $V = 25\,\mathrm{L}$.

⇝5 À partir de ceci et de la formule $<e_c> = \frac{3}{2}k_\mathrm{B}T$, démontrer l'expression de l'énergie interne en fonction de T pour n moles de gaz parfait monoatomique. On utilisera le fait que $R = N_\mathrm{A}k_\mathrm{B}$.

Comme dit dans le texte, pour un gaz monoatomique on a $E_\mathrm{vib} = 0$ et $E_\mathrm{rot} = 0$. Pour un gaz parfait il n'y a pas d'énergie d'interaction entre les constituants donc $E_\mathrm{p,int} = 0$. Il reste donc $U = E_\mathrm{cin}$.

D'autre part, l'énergie cinétique totale du gaz est égale au nombre d'atomes multiplié par l'énergie cinétique moyenne d'un seul atome :

$$E_\mathrm{cin} = N \times <e_c>. \tag{1}$$

Le nombre d'atomes est égal à : $N = N_\mathrm{A} \times n$, avec N_A le nombre d'Avogadro et n le nombre de moles.
On a donc

$$\begin{aligned} U = E_\mathrm{cin} &= n \times N_\mathrm{A} \times <e_c> \\ &= n \times N_\mathrm{A} \times \frac{3}{2}k_\mathrm{B}T \\ &= n \times \frac{3}{2}RT, \end{aligned} \tag{2}$$

car on a l'égalité $N_\mathrm{A}\, k_\mathrm{B} = R$.
On a donc finalement :

$$\boxed{U = \frac{3}{2}nRT.} \tag{3}$$

On remarque que $U/n = u_m$ ne dépend que de T.

---

*⇝6 Pour le cas monoatomique on rappelle que $U = \frac{3}{2}nRT$. Donner alors l'expression de C_V pour un gaz parfait monoatomique en fonction de n et de R. Donner également l'expression de la capacité thermique molaire $C_{Vm} = C_V/n$.

On a :

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V = \frac{\mathrm{d}U(T)}{\mathrm{d}T} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}T}\left(\frac{3}{2}nRT\right) = \frac{3}{2}nR. \tag{4}$$

Et $C_{Vm} = \dfrac{C_V}{n} = \dfrac{3}{2}R$.

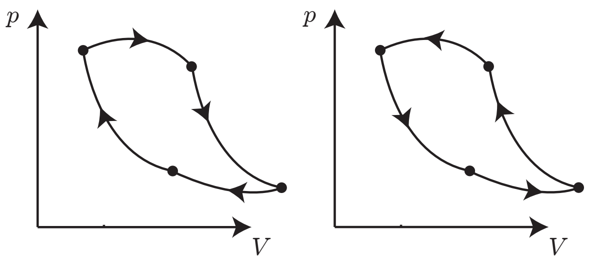
⇝7 Quelle est l'unité de χ_T ?

D'après sa définition, χ_T est en Pa^{-1}.

⇝8 Pour l'eau liquide à température et pression ambiante, on trouve $\chi_T = 5\times10^{-10}\,\mathrm{Pa}^{-1}$. Ceci signifie que si P augmente de $\mathrm{d}p = 1\,\mathrm{bar}$, alors le volume varie de $\frac{\mathrm{d}V}{V} = -\chi_T\,\mathrm{d}p$.

Pour faire l'application numérique il faut bien mettre p en pascals, et on trouve $\frac{\mathrm{d}V}{V} = -5\times10^{-5}$, donc le volume diminue d'une proportion très faible.

⇝9 On considère un fluide qui effectue un des deux cycles ci-contre. On est à chaque fois dans l'hypothèse où $p = p_{\mathrm{ext}}$ tout au long de la transformation. Lequel des diagramme représente un cycle où le fluide reçoit du travail (cycle récepteur) ? et cède du travail (cycle moteur) ?



Dans le cas où $p = p_{\mathrm{ext}}$, on peut écrire le travail reçu par le système comme

$$W_{\text{reçu}} = -\int p_{\mathrm{ext}}\mathrm{d}V = -\int p\mathrm{d}V. \tag{5}$$

Si une courbe dans le diagramme p-V est parcourue de gauche à droite, alors $\int p\mathrm{d}V$ est l'aire sous la courbe et est positif.
Si une courbe dans le diagramme p-V est parcourue de droite à gauche, alors $\int p\mathrm{d}V$ est l'aire sous la courbe et est négatif.
Sur le schéma de gauche, l'aire sous la courbe lors du parcours de gauche à droite est supérieure à l'aire sous la courbe lors du parcours de droite à gauche. C'est donc qu'une fois intégré sur tout le cycle, alors $\int p\mathrm{d}V$ est positif.
Comme $W_{\text{reçu}}$ est l'opposé de cette quantité, il est négatif, et c'est donc que le système fournit en fait du travail (c'est un cycle moteur).

À l'inverse, le schéma de droite correspond à un cycle récepteur avec $W_{\text{reçu}} > 0$.

⇝10 On considère un cylindre vertical fermé par un piston mobile de surface S. On place une masse M d'un seul coup sur le piston. Après un certain temps, le piston est à nouveau immobile (mais il est plus bas qu'avant, le volume ayant diminué de ΔV). La pression extérieure est notée p_0.
De quoi peut-on qualifier la transformation (monotherme, isotherme, isobare, monobare, ...) ? Donner l'expression du travail des forces de pression entre l'état initial A et l'état final B.

Tout au long de la transformation, la force totale exercée sur le piston est $p_0S + MG$ (avec S la surface du piston). La pression totale exercée sur le piston est donc égale à $p_{\mathrm{ext}} = p_0 + \dfrac{Mg}{S}$. Elle est constante tout au long de la transformation, donc la transformation est monobare.

Le travail des forces de pression est :

$$W = -\int_A^B p_{\mathrm{ext}}\mathrm{d}V = -p_{\mathrm{ext}}\int_A^B \mathrm{d}V = -(p_0 + \frac{Mg}{S})(V_B - V_A). \tag{6}$$

⇝11 Attribuer un type de transfert thermique à chacune des situations suivantes :
(a) Je me réchauffe derrière la vitre de ma cheminée. → rayonnement
(b) La fourchette que j'ai laissé dans la casserole d'eau bouillante est maintenant chaude de bout en bout. → conduction
(c) L'air au dessus d'un radiateur est chaud a un mouvement ascendant. → convection

---

⇝12 On considère 2 L de dioxygène, que l'on fait passer de $T = 10°C$ à $60°C$ sous une pression de 1 bar. Donner l'expression de la variation d'enthalpie du gaz en supposant qu'il est parfait (on ne fera pas l'application numérique).

Pour un gaz parfait, on peut utiliser $\Delta H = C_p \Delta T = n \times \dfrac{\gamma R}{\gamma - 1}\,\Delta T$.

Pour connaître le nombre de moles, il faudrait également préciser la pression, puisqu'on a $n = pV/(RT)$ avec ici $V = 2\,\mathrm{L}$ et $T = 10°C$.

⇝13 On considère 2 L d'eau, que l'on fait passer de $T = 10°C$ à $60°C$. Calculer la variation d'enthalpie du liquide. On donne $c_p = 4.2 \times 10^3\,\mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$.

Pour une phase condensée, on peut utiliser l'expression $\Delta H = C_p \Delta T$. Le c_p donné dans l'énoncé est massique, donc il faut multiplier par la masse :

$$\Delta H = m c_p \Delta T = 4.1 \times 10^4\,\mathrm{J}. \tag{7}$$