Devoir Surveillé

DS 2

Les quatre parties sont indépendantes.

Comme d'habitude : soigner les justifications, ne pas oublier d'hypothèses lors de l'application des théorèmes, penser aux unités des A.N.

I Plongée sous-marine

La plongée sous-marine est une activité dont la pratique s'appuie sur des lois physiques simples, mais qui doivent être connues et scrupuleusement prises en compte.

I.1 La pression du gaz en immersion

L'océan est supposé isotherme et considéré comme un fluide incompressible de masse volumique $\rho = 1.0 \times 10^3\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$.
L'axe z est dirigé vers le bas.
À la profondeur $z = 0$, l'océan est en contact avec l'atmosphère à la pression $p_0 = 1.013 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$.
On prendra $g = 9.8\,\mathrm{m/s^2}$ pour l'accélération de la pesanteur.

1 - a - Rappeler l'équation de la statique des fluides reliant le gradient de pression aux données du problème.

b - Déterminer l'expression de la pression p en fonction de la profondeur z. Représenter l'évolution de $p(z)$. Justifier la phrase souvent citée par les plongeurs : "en plongée, on rencontre un bar tous les dix mètres."

I.2 L'équipement de plongée

Les stabs

Outre sa bouteille de plongée, le plongeur est aussi équipé d'un gilet gonflant dit *stabilizing jacket* ou stabs, relié à la bouteille, permettant ainsi en le gonflant et en le dégonflant de monter et de descendre sous l'eau comme bon lui semble (il permet aussi pour le plongeur de garder une position horizontale).

Soient :

- $V_s(z)$ le volume du stabs ;
- $V_p(z)$ le volume de la cage thoracique du plongeur (celui-ci varie à cause des forces de pression) ;
- V_0 le volume restant du plongeur, de la bouteille, et du reste de son équipement (supposé constant).

En immersion, l'air respiré par le plongeur et injecté dans le stabs est issu d'une bouteille d'air comprimé. Cet air comprimé est détendu via un dispositif appelé "détendeur" et arrive dans les poumons du plongeur et dans le stabs (si besoin) à la pression extérieure du milieu, c'est-à-dire la pression de la profondeur à laquelle se trouve le plongeur $p(z)$.
Les températures du plongeur, du stabs et de la bouteille sont supposées constantes.
Soit m_i la masse de l'ensemble du système (plongeur, bouteille remplie, stabs, reste de l'équipement) avant immersion.
Pour les applications numériques, on prendra $V_0 = 80 \times 10^{-3}\,\mathrm{m^3}$, $V_p(z = 0) = 7.5 \times 10^{-3}\,\mathrm{m^3}$, et $m_i = 100\,\mathrm{kg}$.

2 - a - Calculer le volume du stabs $V_s(z = 0)$ afin que le plongeur reste en équilibre à la surface de l'eau.

b - Pour sa descente, le plongeur attache une ceinture de plomb à sa taille de masse $m_{\mathrm{Pb}} = 2\,\mathrm{kg}$ et de volume négligeable. En supposant que le plongeur ait pris une grande inspiration à la surface et qu'il ne relâche pas d'air lors de la descente, quel doit être le volume du stabs afin que le plongeur se stabilise à 3 m de profondeur ? On ne fera pas l'application numérique.

I.3 Risque de surpression à la remontée

Lors d'une plongée à la profondeur z, l'air que respire le plongeur et qui provient de sa bouteille passe par un détendeur. Cet élément permet de ramener l'air de la bouteille à la pression ambiante du milieu. L'air respiré est donc à la pression $p(z)$.
Supposons qu'un plongeur à la profondeur $z = 10\,\mathrm{m}$ bloque sa respiration et remonte très rapidement à la surface.

3 - **a -** Par combien est multiplié le volume de ses poumons si on suppose que l'air qu'ils contiennent passe de la pression $p(z)$ à la pression p_0 ? On fera les hypothèses nécessaires pour répondre à la question.

b - Expliquer alors pourquoi il est impératif, lors d'une remontée, de ne pas bloquer sa respiration et d'expirer.

II La planête Terre, unique planète du système solaire à abriter la vie

II.1 La présence d'eau liquide

Planètes	Distance au Soleil	Température moyenne en surface	Pression atmosphérique	Composition de leur atmosphère	Rayon	Masse
Mercure	0.30 à 0.47 UA	-170°C à 430°C	$\sim 10^{-9}$ Pa	Quasiment sans atmosphère	$0.38 R_\mathrm{T}$	$0.06 M_\mathrm{T}$
Vénus	0.72 UA	470°C	9.3×10^6 Pa	Principalement du dioxyde de carbone	$0.95 R_\mathrm{T}$	$0.082 M_\mathrm{T}$
Terre	1 UA	-93°C à 57°C	1.0×10^5 Pa	$\sim$ 80% diazote, $\sim$ 20% dioxygène	R_T	M_T
Mars	1.4 à 1.7 UA	-100°C à 0°C	600 Pa	Peu épaisse, principalement du dioxyde de carbone	$0.53 R_\mathrm{T}$	$0.11 M_\mathrm{T}$

($1\,\mathrm{UA} = 1.5 \times 10^{11}$ m : distance Terre-Soleil ; $R_\mathrm{T} = 6.4 \times 10^3$ km : rayon terrestre ; $M_\mathrm{T} = 6.0 \times 10^{24}$ kg : masse de la Terre.)

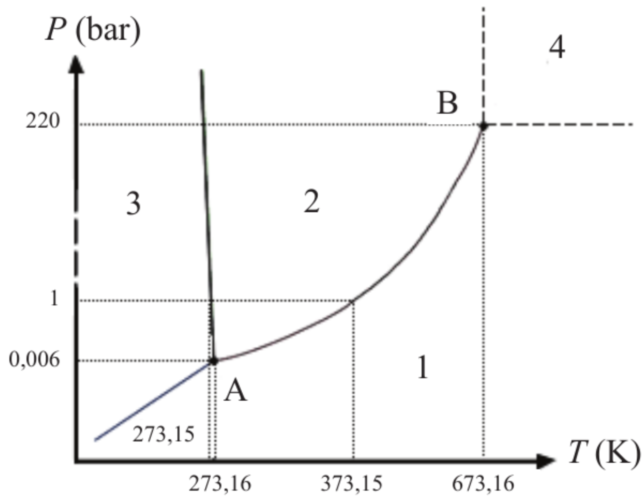


Diagramme p-T de l'eau.

4 - **a -** Associer à chaque domaine (numérotés de 1 à 4) l'état physique dans lequel se trouve l'eau.

b - Donner les noms des points A et B.

Si l'eau n'existe plus sous forme liquide, elle a dû être néanmoins présente sous cette forme dans le passé. Les volcans martiens ont dû éjecter de l'hydrogène et de l'oxygène qui ont donné naissance à de l'eau dont les canaux conservent la trace de son écoulement. Lors du refroidissement ultérieur de la planète, l'eau a dû disparaître sous forme de glace dans le sol.
Un élément qui vient confirmer cette hypothèse est la présence de dépôts de sel au creux de dépressions vers lesquelles serpentent des canaux.

5 - **a -** D'après le texte, sous quel état physique se trouve essentiellement l'eau sur Mars aujourd'hui ?

b - Valider cette hypothèse en vous aidant du tableau et du diagramme (p, T) de l'eau.

II.2 La présence d'une atmosphère : l'influence de la concentration en dioxyde de carbone

Conventionnellement, l'atmosphère d'une planète est divisée en plusieurs couches. On s'intéresse à un modèle simplifié de la couche la plus basse appelée troposphère : le gaz contenu dans la troposphère d'une planète est assimilé à un gaz parfait et on suppose que la température de la troposphère est uniforme et égale à T_0.
On note n la quantité de matière de gaz contenu dans la troposphère, V le volume de gaz contenu dans la troposphère et M la masse molaire de ce même gaz. Pour repérer l'altitude, on place un axe (Oz) vertical dirigé vers le haut dont l'origine est située à la surface du sol. On définit la pression $p(z)$ et la masse volumique $\rho(z)$ du gaz de la troposphère à l'altitude z. On suppose enfin que l'intensité de la pesanteur g ne varie pas avec l'altitude dans la troposphère.

6 - **a -** Rappeler la loi des gaz parfaits et les unités des grandeurs qui y figurent. En déduire une expression de la masse volumique $\rho(z)$ du gaz de la troposphère en fonction de la pression $p(z)$ du gaz, de la constante des gaz parfaits R, de la température T_0 et de la masse molaire M.

b - On suppose que chaque couche de la troposphère est en équilibre statique dans le référentiel galiléen du sol et on rappelle la relation locale de la statique des fluides :

$$\mathrm{d}p = -\rho(z) \times g \times \mathrm{d}z. \tag{1}$$

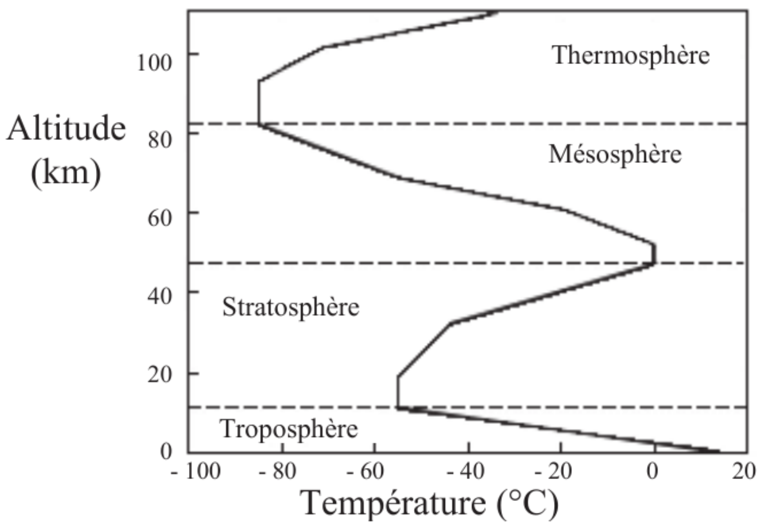
Montrer que la pression $p(z)$ peut se mettre sous la forme :

$$p(z) = p_0 \times \exp\left(-\frac{z}{H}\right). \tag{2}$$

où p_0 est la pression à l'altitude $z = 0$ et $H = \dfrac{RT_0}{Mg}$.

Quelle est l'unité de H ? Faire l'application numérique. (On prendra $R = 8.314\,\mathrm{J\cdot K^{-1}\cdot mol^{-1}}$, $T_0 = 15°\mathrm{C}$, $g = 9.81\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$, $M = 29\,\mathrm{g/mol}$.)

c - On donne le profil de température de l'atmosphère terrestre :



D'après cette figure, le modèle simplifié de la troposphère adopté à la question précédente vous paraît-il justifié ? Dans le cas contraire, quel autre modèle relatif à la température aurait-on pu employer ? Justifier.

d - D'après le tableau au début de cette partie, comparer la distance par rapport au Soleil des planètes Mercure et Vénus, leur température moyenne en surface et la composition de leurs atmosphères. Que peut-on en déduire sur l'influence de la concentration en dioxyde de carbone dans l'atmosphère d'une planète sur sa température ? Comment se nomme cet effet ?

II.3 Estimation de la masse de l'atmosphère

Dans le modèle de l'atmosphère isotherme (température T_0) précédent, la masse volumique à l'altitude z s'écrit

$$\rho(z) = \rho_0 \times \exp\left(-\frac{z}{H}\right), \tag{3}$$

avec ρ_0 la masse volumique à la surface (en $z = 0$).

7 - **a -** Exprimer à l'aide d'une intégrale la masse d'une colonne d'air dont la base est de surface S, qui s'étend de l'altitude $z = 0$ jusqu'à $z = +\infty$.

b - En déduire l'expression de la masse totale de l'atmosphère d'une planète. On donnera le résultat en fonction du rayon R_p de la planète, de la pression p_0 à sa surface et de la pesanteur g à sa surface.

c - On rappelle que l'intensité de la pesanteur est donnée par $g = \dfrac{GM_p}{R_p^2}$, où M_p est la masse de la planète, R_p son rayon, et $G = 6.67 \times 10^{-11}\,\mathrm{m^3\cdot kg^{-1}\cdot s^{-2}}$. On trouve ainsi pour la Terre $g = 9.8\,\mathrm{m/s^2}$, et pour Vénus une valeur de $8.9\,\mathrm{m/s^2}$.

Faire l'application numérique pour la masse de l'atmosphère de la Terre, puis celle de Vénus. On lit parfois que l'atmosphère de Vénus est 100 fois plus lourde que celle de la Terre. Est-ce que nos résultats confirment ceci ?

III Étude du cycle du moteur à explosion

Présentation générale

Le moteur à explosion a été proposé par le français Beau de Rochas en 1862, et construit par l'allemand Nikolaus Otto en 1876. Dans un tel moteur, la détonation du mélange air-carburant est provoquée par une étincelle produite par la bougie d'allumage, et ce à chaque fois que le piston atteint le point haut de sa course, ce qui le renvoie en bas et permet ainsi de fournir de l'énergie cinétique.
Nous étudions ici le cycle du moteur quatre temps, ainsi appelé car à chaque cycle le piston effectue quatre courses complètes (soit deux aller-retour) au sein du cylindre.

Il est évident que le cycle réellement effectué par le moteur est complexe, et ne peut être étudié qu'au prix d'une modélisation qui implique des hypothèses simplificatrices. Nous allons donc supposer les gaz parfaits, et les détentes ou les compressions seront d'un type qui s'étudie facilement (adiabatique, isobare, etc.).
L'objectif d'une telle modélisation est par exemple de pouvoir prédire de quelles variables dépend le rendement, et comment celui-ci évolue lorsque l'on modifie ces variables. Les ordres de grandeurs et les sens de variations seront très probablement les mêmes que pour le moteur réel. Une modélisation simple permet également de comparer différents types de moteurs entre eux (le cycle Beau de Rochas, le cycle Diesel, le cycle de Stirling, etc.).
Une étude plus fine peut se faire en relâchant certaines hypothèses (équation d'état des gaz plus complexe, vraie dépendance en T des capacités thermiques, etc.), mais au prix de plus de calculs. Enfin, des simulations numériques peuvent aussi être utilisées.

Description du cycle et de sa modélisation

Le cycle de Beau de Rochas et sa modélisation sont les suivants :

- On part en A d'un cylindre rempli d'un mélange air-carburant, avec le piston au point mort bas (en bas du cylindre). Le piston monte jusqu'au point mort haut en B : le gaz est donc comprimé.

  Modèle : cette compression est supposée adiabatique et réversible.

  Justifications : la compression est assez rapide pour que les échanges de chaleur avec l'extérieur n'aient pas lieu (hypothèse adiabatique) ; le mouvement du piston est lent par rapport à la vitesse du son, ce qui fait que la transformation est quasi-statique, et les frottements pas trop importants (hypothèse réversible).

- Au point B, la bougie fournit une étincelle qui déclenche l'explosion du mélange. Cette combustion apporte de la chaleur au gaz. En conséquence, la pression augmente jusqu'au point C.

  Modèle : cette augmentation de pression est supposée isochore.

  Justification : elle a lieu au point mort haut, et la pression augmente très rapidement par rapport à la variation de volume.

  C'est au cours de cette étape qu'a lieu l'apport de chaleur au système (chaleur fournie par la “source chaude” dans le modèle des machines dithermes).

- Entre C et D, le piston est éjecté vers l'extérieur à cause de l'augmentation de pression jusqu'à ce qu'il atteigne le point mort bas. Il s'agit donc d'une détente.

  Modèle : on suppose cette détente adiabatique réversible.

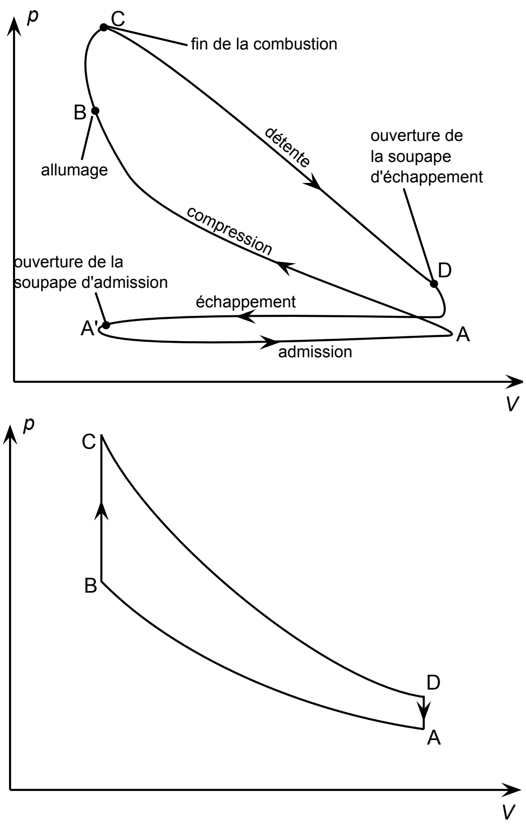
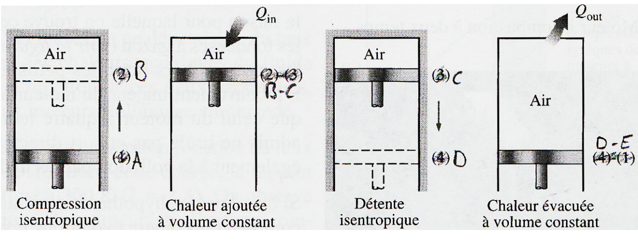


Diagramme du cycle réel en haut, et du cycle modèle en bas.



Représentation des étapes du cycle théorique (les soupapes d'admission et d'échappement ne sont pas représentées, et donc l'aller-retour AA' est ignoré ici).

- Au point D, il y a dans le cylindre un mélange air-carburant qui a déjà brûlé. Il faut donc évacuer ces gaz et les remplacer par un mélange “neuf” prêt à brûler à nouveau. C'est le rôle de l'aller-retour $A \to A' \to A$.

– Au point D, la soupape d'éjection s'ouvre. La pression retombe donc à la pression atmosphérique.

– De D à A', la soupape d'éjection est toujours ouverte et le piston remonte, ce qui éjecte tout le gaz vers l'extérieur.

– De A' à A, la soupape d'éjection est fermée et la soupape d'admission est ouverte. Le piston redescend, ce qui remplit le cylindre avec un mélange air-carburant nouveau.

Modèle : on ignore l'aller-retour A-A' dans le modèle du cycle. Au lieu de cela, on suppose que de D à A le mélange revient à la pression atmosphérique à cause de l'ouverture de la soupape, de façon isochore jusqu'en A. Dans le modèle le mélange reste donc le même, mais il est prêt à brûler à nouveau.

C'est au cours de cette étape que le gaz cède de la chaleur à la "source froide" dans le modèle des machines dithermes (donc ici à l'atmosphère extérieur).

Questions

Dans tout ce qui suit, nous utilisons uniquement le cycle modèle.

9 - Reproduire le diagramme du cycle modèle, et indiquer sur chacune des quatre courbes s'il s'agit d'une compression adiabatique réversible, d'une détente adiabatique réversible, d'un apport de chaleur isochore, ou d'une évacuation de chaleur isochore.

L'objectif est ensuite de calculer le rendement théorique. Les données sont les suivantes : le mélange air-carburant est assimilé à un gaz parfait d'exposant adiabatique $\gamma = 1.4$ qui constitue un système fermé de n moles de capacité thermique à volume constant $C_V = \dfrac{nR}{\gamma - 1}$; le rapport entre le volume maximal et le volume minimal du cylindre lors de la course du piston est $\alpha = V_A/V_B$, et on prendra la valeur typique pour un moteur à essence de 10 ; la pression en A est la pression atmosphérique $p_A = p_0 = 1.0\,\text{bar}$. On prend $R = 8.314\,\text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$.

10 - (a) - Exprimer le transfert thermique Q_{BC} fourni au système lors de l'étape $B \to C$, en fonction de R, n, γ, T_B et T_C.

(b) - Quel est le signe de Q_{BC} ? D'après la description du début de l'énoncé, qu'est ce qui produit cette chaleur ?

11 - (a) - Exprimer le transfert thermique Q_{DA} fourni au système lors de l'étape $D \to A$, en fonction de R, n, γ, T_D et T_A.

(b) - Quel est le signe de Q_{DA} ? D'après la description du début de l'énoncé, que se passe-t-il ?

12 - (a) - Exprimer le travail W fourni au système lors d'un cycle en fonction de Q_{BC} et de Q_{DA}.

(b) - Quel doit être le signe de ce travail si l'on veut que le système fournisse effectivement un travail au milieu extérieur (donc au piston puis au reste de la chaine de transmission) ?

Au cours du cycle, lors de quelles étapes ce travail est-il produit ?

13 - Définir le rendement thermique η. Puis l'exprimer en fonction de Q_{BC} et Q_{DA}. L'exprimer ensuite en fonction de T_A, T_B, T_C, T_D.

14 - (a) - Exprimer le rendement thermique en fonction de γ et du rapport des volumes α uniquement.

(b) - Faire l'application numérique. Comment varie η en fonction du rapport de compression α ?

(c) - Les rendements des moteurs réels de ce type varient entre 25 et 30%. Comment peut-on expliquer les différences entre le rendement théorique et le rendement réel ?

15 - Pour avoir une idée des contraintes exercées sur les matériaux (cylindre, piston), on veut calculer la pression et la température maximales atteintes lors du cycle. Ceci a lieu au point C.

On prend encore $\alpha = 10$. On donne $p_A = p_0 = 1.0\,\text{bar}$, $T_A = 17°\text{C}$ (température de l'atmosphère), et on indique que la chaleur apportée lors de la combustion (étape BC) est $q_m = 23\,\text{kJ/mol}$ (la combustion de n moles de mélange apporte donc une chaleur $n \times q_m$).

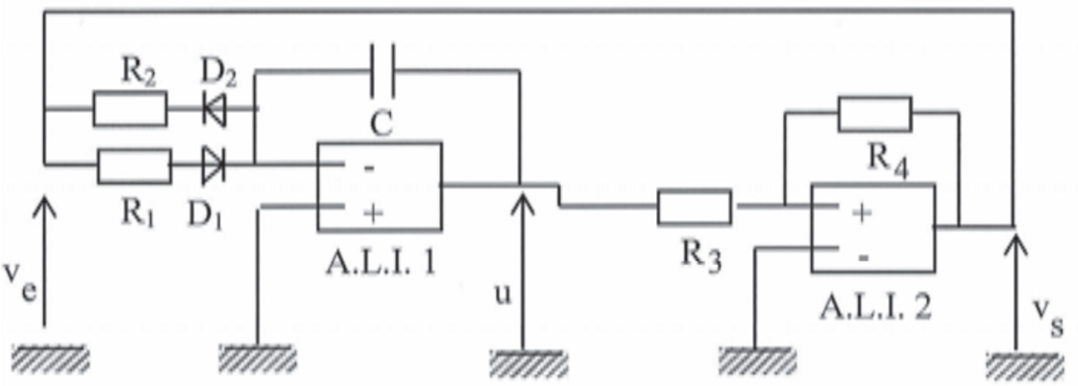
(a) - Exprimer la température en B en fonction de α, γ et T_A. Faire l'application numérique.

(b) - Exprimer la température en C en fonction de T_B, q_m, γ et R. Faire l'application numérique.

(c) - Exprimer puis calculer la pression en C.

IV Étude d'un générateur de signaux à balayage

On étudie ici un générateur de balayage, utilisé par exemple pour synchroniser un affichage sur un écran cathodique. Il génère un signal en rampe.



Les amplificateurs linéaires intégrés (ALI) sont supposés idéaux. Ils sont alimentés par des tensions continues $\pm V_0$ avec $V_0 = 15\,\mathrm{V}$, et on suppose que leur tension de saturation est $V_{\text{sat}} = V_0$.

Les diodes D_1 et D_2 sont des interrupteurs commandés par la tension v_e :

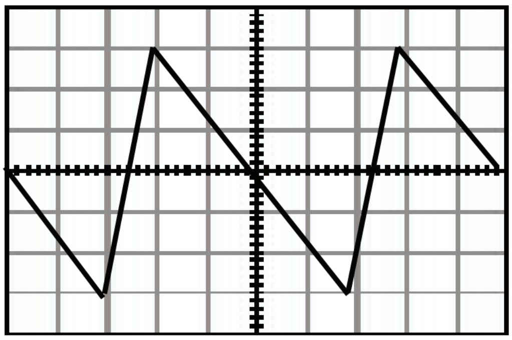
- Si $v_e > 0$ D_1 est fermé et D_2 est ouvert.
- Si $v_e < 0$ D_1 est ouvert et D_2 est fermé.

16 - Que peut-on dire des courants d'entrée et du gain d'un ALI idéal ?

17 - Justifier que l'un des deux ALI fonctionne nécessairement en régime de saturation.

18 - On observe expérimentalement, pour la tension $u(t)$, l'oscillogramme ci-dessous. L'échelle horizontale est de $1\,\mathrm{ms}/\text{division}$, l'échelle verticale est de $1\,\mathrm{V}/\text{division}$.

Justifier que l'autre ALI fonctionne en régime linéaire.



19 - On suppose qu'à l'instant $t = 0$, le spot de l'oscilloscope est au point central de l'écran ($u(0) = 0$), le condensateur étant déchargé, et que $v_e = +V_0$. Exprimer $u(t)$ pour $t \geq 0$.

20 - Pour l'ALI 2, exprimer v_+ en fonction de u et v_s, puis en déduire l'instant t_1 où se produit le basculement vers la tension $v_s = -V_0$.

21 - Pourquoi la tension $u(t)$ ne peut-elle pas subir de discontinuité ?

22 - Pour $t \geq t_1$, exprimer $u(t)$ puis déterminer l'instant t_2 où la tension u s'annule à nouveau.

23 - En s'aidant de l'oscillogramme et des résultats précédents, en déduire l'expression de la période T de la tension u en fonction R_1, R_2, R_3, R_4 et C.