

Révisions

Correction – physique-chimie – CCP TSI 2018

Problème I – Le transport de l'électricité en France

Partie I – Architecture du réseau électrique français

I.1 – De la production à la consommation

1. Le nucléaire fournit les trois quarts de la production. Puis l'hydraulique, etc...
2. Il est compliqué de stocker de l'énergie électrique afin de pouvoir la redistribuer plus tard. Des solutions existent (batteries, retenues d'eau...), mais ont des rendements faibles, des coûts écologiques et économiques importants, et ne sont donc pas encore applicables à grande échelle.
3. On évite les pertes par effet Joule dans les lignes.
4. On peut envoyer l'électricité produite en surplus chez nos voisins.

I.2 – Rendement du transport électrique

$U_1 = 400 \text{ kV}$ et $U_2 = 100 \text{ kV}$.

5. On va supposer que les valeurs données pour U et I sont des valeurs efficaces. On a alors $P = UI$.

On en déduit $I_1 = \frac{P}{U_1} = 0.250 \text{ kA}$ et $I_2 = \frac{P}{U_2} = 1.00 \text{ kA}$.

6. Pour une densité volumique de courant uniforme, on a $I = J \times S$ avec S la section.

On a donc $S_1 = \frac{I_1}{J} = 360 \text{ mm}^2$ (soit un diamètre de 2.1 cm) et $S_2 = \frac{I_2}{J} = 1440 \text{ mm}^2$ (soit un diamètre de 4.3 cm).

7. La résistance est donnée par $R = \frac{\rho l}{S}$ (à redémontrer si on ne le retrouve pas rapidement).

On a donc $R_1 = \frac{\rho l}{S_1} = 7.2 \Omega$ et $R_2 = \frac{\rho l}{S_2} = 1.8 \Omega$.

8. $P_{J1} = R_1 I_1^2 = 0.45 \text{ MW}$ et $P_{J2} = R_2 I_2^2 = 1.8 \text{ MW}$.

9. La puissance produite est $P_0 = 100 \text{ MW}$. On récupère en bout de ligne une puissance $P_0 - P_J$. Le rendement est donc $\eta = \frac{P_0 - P_J}{P_0}$.

On a donc $\eta_1 = \frac{P_0 - P_{J1}}{P_0} = 99.6\%$ et $\eta_2 = \frac{P_0 - P_{J2}}{P_0} = 98.2\%$.

On en conclut qu'il est plus avantageux de transporter l'électricité sous haute tension.

Remarque : L'énoncé ne permet cependant pas de bien comprendre les choses, puisqu'on a changé la section entre les deux tensions : pourquoi ? pourquoi vouloir travailler à J constant ? Plus simplement, on a $P_J = R \times I^2 = \frac{\rho l}{S} \times \left(\frac{P}{U}\right)^2$, avec P fixée (par les besoins de l'utilisateur), donc on voit que plus U est élevé plus les pertes Joule sont faibles.

Partie II – Transformateur torique

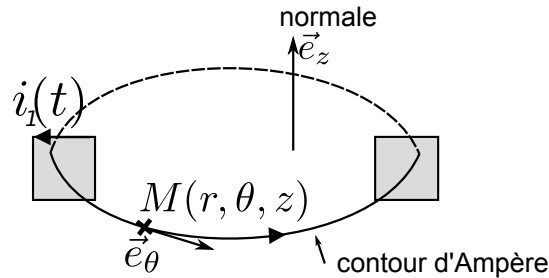
10. Impossible de répondre.

Il faudrait savoir que “milieu magnétique parfait” implique que le flux de \vec{B} est entièrement canalisé par le matériau torique, de quoi on déduit que \vec{B} est selon \vec{e}_θ et ne dépend pas de θ .

Ou alors il faudrait supposer que l’enroulement primaire est situé tout autour du tore (contrairement à ce qui est montré sur le schéma), auquel cas les symétries et invariances montrent aussi que \vec{B} est selon \vec{e}_θ et ne dépend pas de θ .

Admettons donc pour la suite que $\vec{B}_1 = B_\theta(r, z)\vec{e}_\theta$.

11. On va utiliser le théorème d’Ampère.



★ On considère un point M de coordonnées (r, θ, z) , qui est à l’intérieur du tore.

★ Le contour choisi est un cercle dont le centre est sur l’axe z , perpendiculaire à l’axe z , et passant par le point M (donc de rayon r).

On oriente ce contour pour que sa normale soit orientée selon $+\vec{e}_z$. D’après la règle de la main droite, il faut donc procéder comme sur la figure. On a alors $\vec{dl} = dl \vec{e}_\theta$. D’où :

$$\oint_C \vec{B}_1 \cdot \vec{dl} = \oint_C B_\theta(r, z, t) \vec{e}_\theta \cdot dl \vec{e}_\theta = B_\theta(r, z, t) \oint_C dl = B_\theta(r, z, t) \times 2\pi r.$$

★ On exprime ensuite le courant enlacé : $I_{\text{enlacé}} = N_1 i_1$ car dans le contour passent chacune des N_1 spires (courant i_1 par spire), et le sens de passage est bien positif (dans le même sens que la normale $+\vec{e}_z$ du contour).

★ On applique le théorème d’Ampère : $\oint_C \vec{B}_1 \cdot \vec{dl} = \mu_0 I_{\text{enlacé}}$, ce qui donne, après avoir isolé B_θ :

$$B_\theta(r, z, t) = \frac{\mu_0 N_1 i_1(t)}{2\pi r}, \quad \text{d'où} \quad \boxed{\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 N_1 i_1(t)}{2\pi r} \vec{e}_\theta.}$$

Remarque : Le régime n’est pas stationnaire ici (i_1 dépend du temps), donc on n’est pas en magnétostatique et on ne peut pas en toute rigueur appliquer le théorème d’Ampère. On suppose toutefois implicitement qu’on est dans l’ARQS magnétique, ce qui permet de l’utiliser.

12. On vérifie avec la règle de la main droite que la surface d'une spire est orientée selon $+\vec{e}_\theta$. On a :

$$\begin{aligned}
 \varphi &= \iint_{S \text{ une spire}} \vec{B}_1 \cdot d\vec{S} \\
 &= \int_{r=R}^{R+a} \int_{z=-a/2}^{a/2} \frac{\mu_0 N_1 i_1}{2\pi r} \vec{e}_\theta \cdot dS \vec{e}_\theta \\
 &= \int_{r=R}^{R+a} \int_{z=-a/2}^{a/2} \frac{\mu_0 N_1 i_1}{2\pi r} dS \\
 &= \int_{r=R}^{R+a} \int_{z=-a/2}^{a/2} \frac{\mu_0 N_1 i_1}{2\pi r} dr dz \\
 &= \frac{\mu_0 N_1 i_1}{2\pi} \int_{r=R}^{R+a} \frac{dr}{r} \int_{z=-a/2}^{a/2} dz \\
 &= \frac{\mu_0 N_1 i_1}{2\pi} \times \ln \frac{R+a}{R} \times a \\
 \varphi &= \frac{\mu_0 N_1 i_1}{2\pi} a \ln \frac{R+a}{a}.
 \end{aligned}$$

13. À travers N_1 spires on a donc N_1 fois plus de flux : $\Phi = \frac{\mu_0 N_1^2 i_1}{2\pi} a \ln \frac{R+a}{a}$.

14. L'inductance propre L d'un circuit est définie par la relation $\Phi = Li$, avec i le courant parcourant le circuit, et Φ le flux du champ magnétique créé par ce courant à travers le circuit lui-même.

15. Dans le cas du circuit C_1 , le courant est i_1 et le flux est celui exprimé ci-dessus. On identifie donc

$$\Phi = L_1 i_1 \text{ avec } L_1 = \frac{\mu_0 N_1^2}{2\pi} a \ln \frac{R+a}{a}.$$

16. On peut faire exactement le même raisonnement pour le circuit 2 (on change les indices 1 en indices 2), et obtenir $L_2 = \frac{\mu_0 N_2^2}{2\pi} a \ln \frac{R+a}{a}$.

17. On considère un circuit 1 parcouru par un courant i_1 et un circuit 2 parcouru par un courant i_2 . On note $\Phi_{1 \rightarrow 2}$ le flux du champ magnétique \vec{B}_1 à travers le circuit 2. L'inductance mutuelle est définie par la relation $\Phi_{1 \rightarrow 2} = M i_1$.

On a également $\Phi_{2 \rightarrow 1} = M i_2$ avec le même coefficient M .

18. Ici le flux du champ magnétique \vec{B}_1 créé par C_1 à travers C_2 s'écrit $\Phi_{1 \rightarrow 2} = N_2 \times \varphi = N_2 \times \frac{\mu_0 N_1 i_1}{2\pi} a \ln \frac{R+a}{a}$ (en vérifiant d'abord que la normale sortante à la surface définie par une spire de C_2 est selon $+\vec{e}_\theta$).

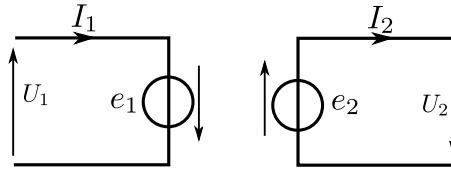
$$\text{On a donc } M = \frac{\mu_0 N_1 N_2}{2\pi} a \ln \frac{R+a}{a}.$$

19. On réalise un schéma électrique équivalent.

Il y a deux enroulements donc deux circuits électriques équivalents : un pour le primaire, un pour le secondaire.

Attention aux conventions ! Elles ne sont pas précisées dans l'énoncé, ce qui est une erreur... On va prendre une convention récepteur pour u_1 et pour u_2 , car c'est ce qui permet de retrouver le résultat de l'énoncé.

Pour chacun des circuits, on remplace l'enroulement par un générateur de fem donnée par la loi de Faraday, orienté en convention générateur.



On s'intéresse dans cette question au circuit 1. Le flux total à travers ce circuit est donné par $\varphi_{\rightarrow 1} = \varphi_{1\rightarrow 1} + \varphi_{2\rightarrow 1} = L_1 i_1 + M i_2$.

On a donc $e_1 = -\frac{d\varphi_{\rightarrow 1}}{dt} = -\frac{d}{dt}(L_1 i_1 + M i_2)$,

Enfin, une simple loi des mailles donne $u_1 = -e_1$, et donc
$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

- 20.** Ici non plus la convention (générateur ou récepteur) pour u_2 n'est pas précisée. On utilise habituellement la convention générateur pour le secondaire d'un transformateur, mais pour retrouver les signes donnés dans l'énoncé on va utiliser la convention récepteur.

On reprend le schéma précédent. On a cette fois $e_2 = -\frac{d\varphi_{\rightarrow 2}}{dt} = -\frac{d}{dt}(L_2 i_2 + M i_1)$.

Or $u_2 = -e_2$. D'où
$$u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

- 21.** On reprend les deux expressions précédentes et on élimine $\frac{di_1}{dt}$.

On arrive alors sans mal à
$$u_1 = \frac{L_1}{M} u_2 + \frac{M^2 - L_1 L_2}{M} \frac{di_2}{dt}$$
.

- 22.** On a $M^2 - L_1 L_2 = 0$ (ce qui d'ailleurs caractérise un couplage magnétique parfait), et $\frac{L_1}{M} = \frac{N_1}{N_2}$,

d'où
$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{N_2}{N_1}$$
.

- 23.** En jouant sur les nombres de spires N_1 et N_2 des enroulements, il est possible d'élever ou d'abaisser la tension u_2 par rapport à u_1 . On utilise donc des transformateurs d'une part pour élever la tension du site de production vers les lignes électriques, et d'autre part pour l'abaisser depuis les lignes hautes tensions vers l'utilisateur.
- 24.** On a négligé tout effet résistif, le matériau magnétique est considéré parfait, on n'a donc aucune perte de puissance : le rendement est de 1.
- 25.** Pour un signal continu il n'y a pas de variation du flux du champ magnétique à travers les circuits, et donc pas de fem induite, et donc $u_2 = 0$.
- 26.** Un transformateur pour lequel $N_1 = N_2$ est appelé transformateur d'isolement. Il permet de découpler électriquement deux circuits, tout en transmettant tout de même la puissance. Ceci peut être utile lorsqu'il y a des problèmes de masse, ou pour des raisons de sécurité dans le cas de l'apparition d'un défaut électrique.
- 27.** On cherche ainsi à réduire l'importance des courants induits de Foucault, et donc à réduire les pertes par effet Joule dans le matériau magnétique.

Problème II – Le stockage de l'électricité

Partie I – Définition du cahier des charges

28. Énergie $E = P \times \Delta t = 20 \text{ kW} \cdot \text{h} = 7.2 \times 10^7 \text{ J}$.

29. $m_1 = \frac{E}{W} = 1.7 \text{ kg}$.

30. On utilise la relation des gaz parfaits : $V = \frac{nRT}{p} = \frac{m_3 RT}{M_{\text{H}_2} p}$, soit $V = 7.5 \text{ m}^3$.

C'est beaucoup, et c'est la raison pour laquelle le dihydrogène est stocké sous forte pression.

31. Avec une batterie telle que celle décrite dans l'énoncé, il faudrait 1600 kg de batterie pour rouler 10 h, soit l'équivalent de la masse d'une voiture. Il faut donc améliorer la technologie des batteries, non seulement du point de vue de l'autonomie (les résultats actuels sont d'ailleurs encourageants) mais aussi écologique (recyclage une fois mise au rebut, durée de vie). Il faut aussi pouvoir fournir en électricité tout un parc automobile.

Concernant les piles à combustibles, de telles voitures existent, mais le frein principal reste leur coût de production et d'entretien élevé.

Partie II – Problématique du stockage

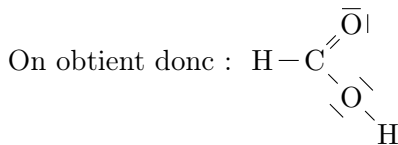
32. L'oxygène possède 6 électrons de valence, ce qui donne typiquement <O> :

Le carbone en possède 4, ce qui donne typiquement $\cdot\dot{\text{C}}\cdot$

L'hydrogène en possède 1, ce qui donne $\text{H}\cdot$

L'oxygène et le carbone doivent respecter la règle de l'octet en s'entourant de 8 électrons de valence.

L'hydrogène doit respecter la règle du duet en s'entourant de deux électrons de valence.



33. Supposons que l'acide formique est un acide fort. La réaction de dissolution $\text{HCOOH}_{(\text{aq})} + \text{H}_2\text{O}_{(\text{l})} = \text{HCOO}^-_{(\text{aq})} + \text{H}^+_{(\text{aq})}$ est alors totale.

On a donc :

| | $\text{HCOOH}_{(\text{aq})}$ | $+ \text{H}_2\text{O}_{(\text{l})}$ | $= \text{HCOO}^-_{(\text{aq})}$ | $+ \text{H}^+_{(\text{aq})}$ |
|------|-------------------------------|-------------------------------------|---------------------------------|------------------------------|
| E.I. | $c_0 = 10^{-2} \text{ mol/L}$ | excès | 0 | négligeable |
| E.F. | 0 | excès | c_0 | c_0 |

Ainsi dans l'état final le pH est $\text{pH} = -\log[\text{H}^+] = -\log c_0 = 2$.

Or le pH mesuré est de 2.9, ce qui est bien supérieur à 2. C'est donc que la concentration en ions H^+ est plus faible, et donc que l'acide formique ne s'est pas entièrement dissocié dans l'eau : il s'agit donc d'un acide faible.

34. Moins inflammable, stocké à pression ambiante, densité d'énergie plus importante.

35. $\text{HCOOH} = \text{H}_2 + \text{CO}_2$.

36. $V = 1 \text{ L}$ d'acide formique correspond à une quantité de matière $n = \frac{d \times V \times \mu_{\text{eau}}}{M_{\text{HCOOH}}}$, et donc si la réaction est totale à une production de dihydrogène de n moles également.

La masse de dihydrogène est alors $m = n \times M_{\text{H}_2} = 53 \text{ g}$ comme l'affirme le texte.

37. La première étape permet de stocker le dihydrogène sous la forme de l'acide formique (réaction de la question 35 mais dans le sens indirect). Il faut de l'énergie pour forcer la réaction dans ce sens, et cette énergie est fournie par des panneaux solaires (énergie renouvelable).

Une fois stocké ainsi, l'acide formique est transformé à nouveau en dihydrogène lors de la seconde étape (équation de la question 35), directement dans le véhicule, ce qui évite les problèmes liés au stockage du dihydrogène. La réaction dans ce sens est thermodynamiquement favorisée (cf partie suivante). À noter que le CO_2 produit ici a été consommé lors de l'étape 1, le bilan carbone est donc nul.

Partie III – Chimie du stockage

38. C'est l'élément carbone qui change éventuellement de nombre d'oxydation. Notons x son nombre d'oxydation (n.o.).

Dans CO_2 on a $x - 2 \times 2 = 0$ donc $x = +IV$.

Dans HCOOH on a $x - 2 \times 2 + 2 \times 1 = 0$ donc $x = +II$.

Dans HCOO^- on a $x - 2 \times 2 + 1 = -1$ donc $x = +II$.

Les n.o. les plus élevés sont en haut dans le diagramme.

Enfin, HCOOH est l'acide et HCOO^- la base du couple acide/base $\text{HCOOH}/\text{HCOO}^-$, donc HCOOH est du côté des bas pH.

On a donc : domaine A pour CO_2 , domaine B pour HCOOH , domaine C pour HCOO^- .

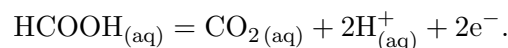
39. On écrit l'équation acide-base correspondant à ce couple : $\text{HCOOH}_{(\text{aq})} = \text{HCOO}^-_{(\text{aq})} + \text{H}^+_{(\text{aq})}$, dont la constante d'équilibre est $K_a = 10^{-\text{p}K_a}$.

Sur la frontière dans le diagramme il y a équilibre. On a donc $K_a = Q_r = \frac{[\text{HCOO}^-][\text{H}^+]}{[\text{HCOOH}]}$.

Or $[\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}}$. De plus, la convention de tracé impose l'égalité $[\text{HCOO}^-] = c_{\text{tracé}} = [\text{HCOOH}]$.

On obtient donc finalement $\boxed{\text{p}K_a = \text{pH} \simeq 3.8}$.

40. On étudie la frontière entre les espèces CO_2 et HCOOH . On écrit la demi-équation redox :



Formule de Nernst :

$$E = E_{\text{CO}_2/\text{HCOOH}}^0 + \frac{0.06}{2} \log \frac{[\text{CO}_2][\text{H}^+]^2}{[\text{HCOOH}]} \quad (\text{en V}).$$

Sur la frontière on a $[\text{CO}_2] = c_{\text{tracé}} = [\text{HCOOH}]$. On obtient donc

$$\boxed{E = E_{\text{CO}_2/\text{HCOOH}}^0 + 0.06 \log[\text{H}^+] = E_{\text{CO}_2/\text{HCOOH}}^0 - 0.06 \text{pH}.}$$

On a donc une pente de -0.06 V/u.pH .

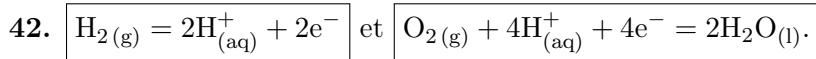
Remarque : L'énoncé ne précise pas si le dioxyde de carbone est gazeux ou aqueux... Ceci ne change de toute façon pas la pente de la frontière.

41. Pour un pH de 2.9, les domaines de HCOOH et de H_2O sont disjoints. La réaction entre ces deux espèces est donc thermodynamiquement favorisée.

Les demi-équations associées sont $\text{HCOOH} = \text{CO}_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e}^-$, et $2\text{H}^+ + 2\text{e}^- = \text{H}_2$ (on rappelle que le couple $\text{H}_2\text{O}/\text{H}_2$ est équivalent au couple H^+/H_2 du point de vue de l'oxydoréduction).

La somme des deux donne $\boxed{\text{HCOOH} = \text{H}_2 + \text{CO}_2}$.

Partie IV – Pile à combustible



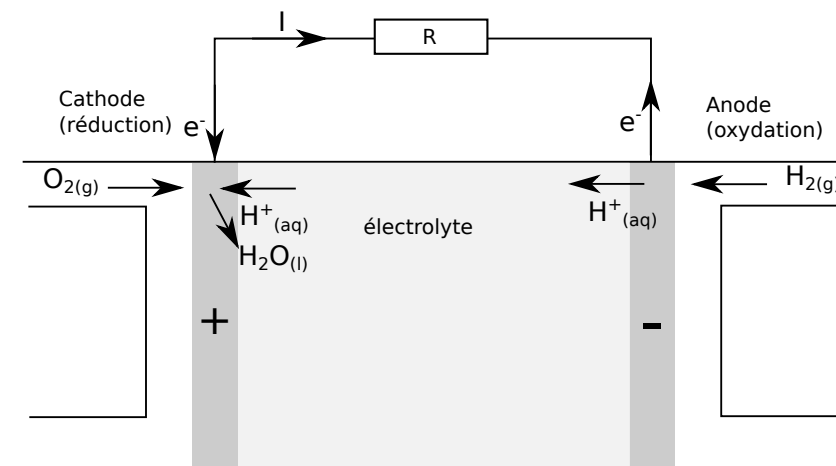
43. On somme les deux demi-équations en faisant en sorte d'éliminer les électrons (on multiplie par deux la première), et on obtient l'équation bilan : $\boxed{2\text{H}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) = 2\text{H}_2\text{O}(\text{l})}$.

44. On repère d'abord qu'à l'anode a toujours lieu l'oxydation, donc ici la réaction $\text{H}_2(\text{g}) = 2\text{H}^+_{(\text{aq})} + 2\text{e}^-$.

Et qu'à la cathode a toujours lieu la réduction, donc ici la réaction $\text{O}_2(\text{g}) + 4\text{H}^+_{(\text{aq})} + 4\text{e}^- = 2\text{H}_2\text{O}(\text{l})$.

Le pôle négatif d'une pile est celui d'où sortent les électrons. Le sens conventionnel du courant est opposé à celui des électrons.

On a finalement le schéma suivant :



45. L'électrolyte permet le passage du courant entre le compartiment de l'anode et le compartiment de la cathode. Il effectue ceci par un mouvement d'ions dans l'électrolyte.

46. D'après la demi-équation il y a production de deux électrons par molécule de H_2 consommée. Il faut donc $\boxed{n_{\text{e}^-} = 1000 \text{ mol}}$ d'électrons pour les 100 km.

47. $\boxed{Q = n_{\text{e}^-} \times \mathcal{F} = 9.65 \times 10^7 \text{ C}}$.

48. ★ Mises en série, les 256 piles fournissent une tension de $0.7 \times 256 = 179 \text{ V}$. On souhaite une puissance de 20 kW, ceci correspond donc à un courant $I = \frac{20 \times 10^3}{179} = 112 \text{ A}$.

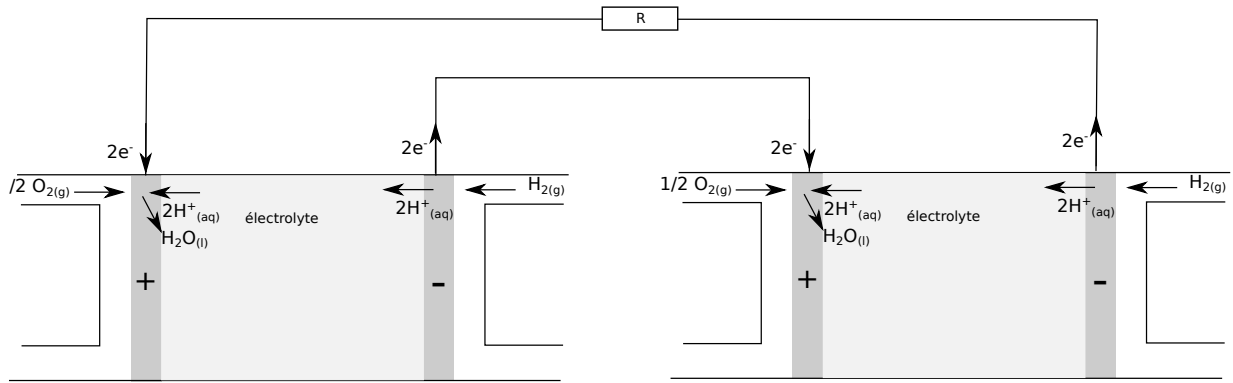
112 A correspondent à 112 C/s, et donc à $\frac{112}{\mathcal{F}} = 1.1 \times 10^{-3} \text{ mol/s}$ d'électrons.

★ Il faut voir comment est fourni ce flux d'électrons.

Pour une seule pile, on a dit que la consommation de 1 H_2 correspond au passage de deux électrons.

Pour 256 piles en série, il faut consommer 256 H_2 pour faire passer ces deux électrons.

Ainsi pour 500 moles de H_2 il faut $\frac{500}{256}$ fois deux moles d'électrons, soit $\frac{1000}{256} = 4$ moles d'électrons.



Exemple de deux piles en série. On voit que pour que deux électrons sortent du circuit, il a fallu consommer en tout deux molécules H_2 (une par pile). Pour 256 piles il faut donc en consommer 256 (toujours pour 2 électrons sortant du circuit).

★ Enfin, 4 moles d'électrons sont produits par un courant de 1.1×10^{-3} mol/s d'électrons en un temps $t = \frac{4}{1.1 \times 10^{-3}} \simeq 3600$ s, soit 1 heure.

49. La vitesse correspondante est $v = \frac{d}{t} = 100$ km/h.

Le document 4 indique que le prototype actuel de pile à l'acide formique permet une puissance de 2 kW, ce qui est dix fois inférieur aux 20 kW nécessaire à faire avancer un véhicule sur le plat à une certaine vitesse. C'est donc pour l'instant insuffisant.

Problème III – Oscillateurs en électronique

Partie I – Réalisation d'un oscillateur quasi-sinusoïdal

50. La partie amplificateur est composée de l'ALI et des résistances R_1 et R_2 .

La partie filtre est l'ensemble constitué des deux résistances R et des deux condensateurs C .

51. On utilise le modèle idéal pour l'ALI, ses courants d'entrée sont donc nuls : $i_e = 0$.

52. On a $i = C \frac{dv_c}{dt}$. (E1)

53. Loi des nœuds au point A : $i = \frac{v_e}{R} + C \frac{dv_e}{dt}$. (E2)

54. On a $v_s = Ri + v_c + v_e$. (E3)

55. On dérive E3 par rapport au temps : $\frac{dv_s}{dt} = R \frac{di}{dt} + \frac{dv_c}{dt} + \frac{dv_e}{dt}$.

Puis on utilise E1 : $\frac{dv_s}{dt} = R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} + \frac{dv_e}{dt}$.

Et enfin on utilise E2 : $\frac{dv_s}{dt} = R \frac{d}{dt} \left(\frac{v_e}{R} + C \frac{dv_e}{dt} \right) + \frac{1}{C} \left(\frac{v_e}{R} + C \frac{dv_e}{dt} \right) + \frac{dv_e}{dt}$.

On obtient donc $\frac{dv_s}{dt} = RC \frac{d^2 v_e}{dt^2} + 3 \frac{dv_e}{dt} + \frac{1}{RC} v_e$, ce qui s'identifie à la forme de l'énoncé en posant $\tau = RC$.

56. Il y a une unique rétroaction négative, donc l'ALI fonctionne en régime linéaire. On utilise le modèle idéal. On a donc $v_+ = v_-$.

Exprimons v_+ : on a $v_+ = v_e$.

Exprimons v_- : comme $i_- = 0$ (modèle idéal), on a via un diviseur de tension : $v_- = v_s \frac{R_1}{R_1 + R_2}$.

On a donc $v_e = v_s \frac{R_1}{R_1 + R_2}$, soit $A = \frac{v_s}{v_e} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$.

57. On reprend l'équation $\frac{dv_s}{dt} = \tau \frac{d^2 v_e}{dt^2} + 3 \frac{dv_e}{dt} + \frac{1}{\tau} v_e$, mais en utilisant $v_e = \frac{v_s}{A}$.

On a donc $\frac{dv_s}{dt} = \frac{\tau}{A} \frac{d^2 v_s}{dt^2} + \frac{3}{A} \frac{dv_s}{dt} + \frac{1}{A\tau} v_s$.

D'où finalement : $\tau^2 \frac{d^2 v_s}{dt^2} + \tau(3 - A) \frac{dv_s}{dt} + v_s = 0$.

58. Pour obtenir une solution purement harmonique, il faut que $A = 3$, puisqu'on retrouve alors l'équation de l'oscillateur harmonique.

La fréquence des oscillations est alors $f_0 = \frac{1}{2\pi\tau}$.

59. L'énergie nécessaire à la compensation des différentes pertes (Joule surtout) provient de l'alimentation de l'ALI.

60. Ce signal n'est pas sinusoïdal car son spectre ne comprend pas une unique harmonique, mais le fondamental et une harmonique d'amplitude significative.

61. On peut utiliser un filtre passe-bas afin de couper l'harmonique à f_1 . Il faut pour cela un filtre dont la fréquence de coupure est par exemple à 2 kHz. On peut intercaler un montage suiveur entre l'oscillateur de Wien et ce filtre passe-bas afin de ne pas perturber le fonctionnement de l'oscillateur.

Partie II – Oscillateur à relaxation

63. L'ALI possède une unique rétroaction positive, il fonctionne donc en régime saturé. Sa tension de sortie v ne peut prendre que les valeurs $\pm V_{\text{sat}}$.

La sortie reste à $+V_{\text{sat}}$ tant que $v_+ > v_-$. Or $v_- = 0$ ici. Pour v_+ , on écrit un diviseur de tension (possible car $i_+ = 0$ car modèle idéal) :

$$v_+ - u = (v - u) \frac{R_1}{R_1 + R_2},$$

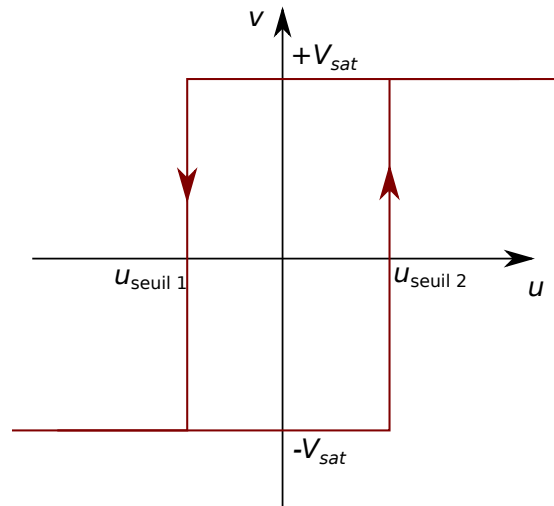
or $v = +V_{\text{sat}}$, donc la condition s'écrit

$$u + (V_{\text{sat}} - u) \frac{R_1}{R_1 + R_2} > 0$$

soit

$$u > -V_{\text{sat}} \frac{R_1}{R_2} = u_{\text{seuil}}.$$

64. On obtient la caractéristique d'un comparateur à hystérésis non inverseur :



65. On a alors $\frac{du}{dt} = -\frac{V_{\text{sat}}}{RC}$ et donc $u(t) = -\frac{V_{\text{sat}}}{RC}t + A$ avec A une constante, soit une droite de pente $-\frac{V_{\text{sat}}}{RC}$.

66. La tension u doit passer de u_{seuil1} à u_{seuil2} linéairement avec la pente précédente, elle met donc un temps $t = \frac{u_{\text{seuil2}} - u_{\text{seuil1}}}{V_{\text{sat}}/(RC)} = 2\frac{R_1}{R_2}RC$.

La période est le double de cette durée, et la fréquence est donc $f = \frac{R_2}{4R_1RC}$.

67. On souhaite $V_{\text{max}} = u_{\text{seuil2}} = V_{\text{sat}}\frac{R_1}{R_2} = 2\text{ V}$ et $f = \frac{R_2}{4R_1RC} = 1\text{ kHz}$.

On doit donc prendre $R_1 = R_2\frac{V_{\text{max}}}{V_{\text{sat}}} = 133\ \Omega$, et $C = \frac{R_2}{4R_1Rf} = 1.88\text{ mF}$.

68. Le temps de montée de l'ALI (temps que met sa sortie à passer de $+V_{\text{sat}}$ à $-V_{\text{sat}}$, lié au slew rate) va limiter la fréquence d'utilisation.