



## I – Généralités

- 1 - Voir la démonstration du cours.
- 2 - Premier principe au système ouvert {fluide en écoulement dans la tuyère} :

$$\Delta h + \Delta e_c + \Delta e_p = w_i + q.$$

$q = 0$  car la tuyère est parfaitement calorifugée,  $w_i = 0$  car il n'y a pas de parties mobiles,  $\Delta e_p$  est négligé, il reste donc  $\Delta e_c = \frac{1}{2}c_s^2 - \frac{1}{2}c_e^2 \simeq \frac{1}{2}c_s^2$ , et  $\Delta h$  que l'on exprime comme  $\Delta h = c_p(T_s - T_e)$  car le fluide est modélisé comme un gaz parfait.

On obtient ainsi 
$$c_s = \sqrt{2c_p(T_e - T_s)}.$$

## II – Turboréacteur d'avion de chasse

### A – Sans post-combustion

- 3 - 1/ L'écoulement dans le compresseur est supposé isentropique et il s'agit d'un gaz parfait. On peut donc utiliser la loi de Laplace entre l'entrée et la sortie du compresseur :  $p_1^{1-\gamma} T_1^\gamma = p_2^{1-\gamma} T_2^\gamma$ .

On utilise  $\tau_{12} = p_2/p_1$ .

On a donc 
$$T_2 = \tau_{12}^{(\gamma-1)/\gamma} T_1.$$

- 2/ Premier principe au système ouvert {fluide en écoulement dans le compresseur} :

$$\Delta h + \Delta e_c + \Delta e_p = w_{i12} + q.$$

$q = 0$  car le compresseur est parfaitement calorifugée,  $\Delta e_p + \Delta e_c$  est négligé. Il reste  $\Delta h$  que l'on exprime comme  $\Delta h = c_p(T_2 - T_1)$  car le fluide est modélisé comme un gaz parfait.

On a donc 
$$w_{i,12} = c_p(T_2 - T_1) = c_p T_1 (\tau_{12}^{(\gamma-1)/\gamma} - 1).$$

**Remarque :** On trouve alors 279 kJ/kg si on prend  $\gamma = 1.40$ . Cette valeur de  $\gamma$  permet de retrouver toutes les valeurs de l'énoncé.

- 4 - 1/ On a 
$$T_2 = T_1 + \frac{w_{i12}}{c_p} = 579 \text{ K}.$$

2/ D'après l'énoncé, la puissance récupérée par la turbine est utilisée pour faire tourner le compresseur. On a donc  $\mathcal{P}_{i12} + \mathcal{P}_{i34} = 0$ , et comme les débits sont les mêmes et que  $\mathcal{P}_i = w_i D_m$ , on a  $w_{i12} + w_{i34} = 0$ .

On en déduit  $w_{i34} = -279 \text{ kJ/kg}$ . On applique ensuite le premier principe exactement comme pour le compresseur et on obtient

$$T_4 = T_3 + \frac{w_{i34}}{c_p} = 921 \text{ K}.$$

- 5 - On a des écoulements supposés isentropiques et de gaz parfait dans la turbine et le compresseur. On peut donc à chaque fois appliquer la loi de Laplace.

- 1/ 
$$p_4 = p_3 \left( \frac{T_3}{T_4} \right)^{\gamma/(1-\gamma)} = 3.96 \text{ bar}.$$

- 2/ 
$$T_5 = T_4 \left( \frac{p_4}{p_5} \right)^{(1-\gamma)/\gamma} = 621 \text{ K}.$$

6 - 1/ On a  $\mathcal{P}_{\text{cin}} = D_m \times e_c$ .

2.1/  $\mathcal{P}_{\text{cin,A}} = D_m \frac{1}{2} c_5^2 = D_m \frac{1}{2} [2c_p(T_4 - T_5)]$  (on a utilisé la question sur la tuyère).

D'où  $\mathcal{P}_{\text{cin,A}} = D_m c_p (T_4 - T_5) = 15 \text{ MW}$ .

2.2/ On a  $\mathcal{P}_{\text{th,A}} = D_m q_{23}$ .

Pour obtenir  $q_{23}$  on applique le premier principe au système ouvert {fluide en écoulement dans la chambre de combustion} :

$$\Delta h + \Delta e_c + \Delta e_p = w_{i23} + q_{23}.$$

$w_{i23} = 0$  car il n'y a pas de parties mobiles,  $\Delta e_p + \Delta e_c$  est négligé. Il reste  $\Delta h$  que l'on exprime comme  $\Delta h = c_p(T_3 - T_2)$  car le fluide est modélisé comme un gaz parfait.

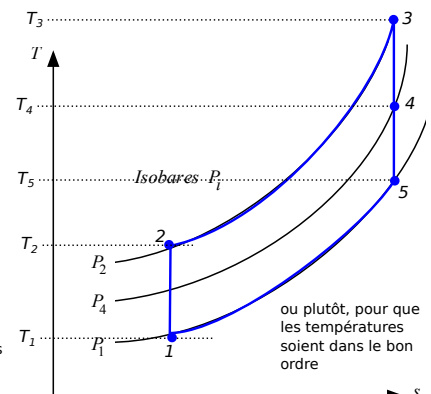
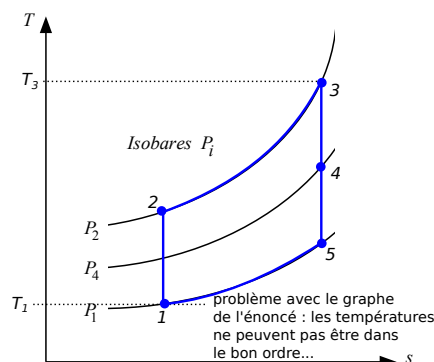
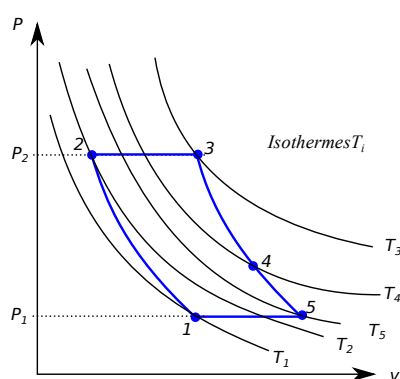
On a donc  $q_{23} = c_p(T_3 - T_2)$ , et

$$\mathcal{P}_{\text{th,A}} = D_m c_p (T_3 - T_2) = 31.1 \text{ MW}.$$

2.3/  $D_{k,A} = \frac{\mathcal{P}_{\text{th,A}}}{p_k} = 0.62 \text{ kg/s}$ .

7 -  $\eta_{\text{th,A}} = \frac{\mathcal{P}_{\text{cin,A}}}{\mathcal{P}_{\text{th,A}}} = 0.48$ .

8 -



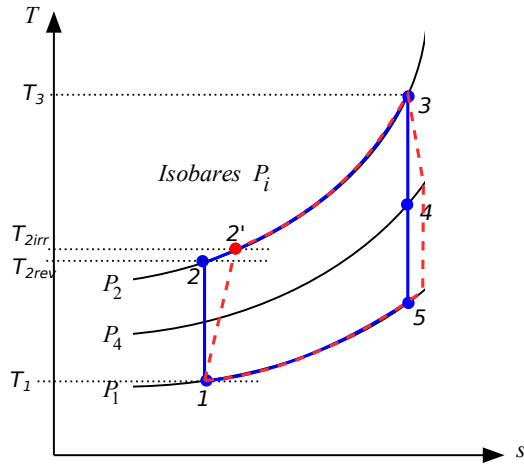
9 - 1/ Le premier principe appliqué au système fermé {particule de fluide} entre des instants  $t$  et  $t + dt$ , lors de son écoulement, indique que  $ds = \delta s_e + \delta s_c$ . Or  $\delta s_e = 0$  car son évolution est adiabatique. On a d'autre part  $\delta s_c > 0$ .

On a donc  $ds > 0$ . Ceci implique que l'entropie du fluide augmente strictement entre l'entrée et la sortie du compresseur, et de même entre l'entrée et la sortie de la turbine.

On voit donc pour le compresseur que si on souhaite atteindre la même pression en sortie, il faut atteindre une température plus élevée :  $T_{2,\text{irr}} > T_{2,\text{rév}}$ .

On remarque en passant que ceci impliquera de fournir plus de travail au fluide, puisque  $w_{i12} = c_p(T_2 - T_1)$  augmente si  $T_2$  augmente. Une compression irréversible coûte plus qu'une compression réversible.

2/



## B – Avec post-combustion

10 - Encore une évolution isentropique d'un gaz parfait, loi de Laplace :  $T_7 = T_6 \left( \frac{p_6}{p_7} \right)^{(1-\gamma)/\gamma} = 1350 \text{ K}$ .

On a utilisé le fait que  $p_6 = p_4$  car  $4 \rightarrow 6$  est supposée isobare.

11 - 1/ De même que précédemment pour  $q_{23}$ , on a  $q_{46} = c_p(T_6 - T_4) = 1.08 \times 10^6 \text{ J/kg}$ .

2/ De même que pour  $\mathcal{P}_{\text{cin,A}}$ , on a  $\mathcal{P}_{\text{cin,B}} = D_m c_p (T_6 - T_7) = 32.5 \text{ MW}$ .

On a donc doublé la puissance motrice par rapport au cas sans post-combustion.

3/ On a  $\mathcal{P}_{\text{th,B}} = \mathcal{P}_{\text{th,A}} + D_m q_{46} = 85.1 \text{ MW}$ .

Par contre la puissance thermique apportée (et donc la consommation) a plus que doublée. C'est donc que le rendement a chuté.

4/  $D_{k,B} = \frac{\mathcal{P}_{\text{th,B}}}{p_k} = 1.70 \text{ kg/s}$ .

12 - 1/  $\eta_{\text{th,B}} = \frac{\mathcal{P}_{\text{cin,B}}}{\mathcal{P}_{\text{th,B}}} = 0.38$ .

2/ Le rendement est donc moins bon. On a deux fois plus de puissance motrice, mais on consomme presque trois fois plus.

3/ Le pilote active la post-combustion lorsqu'il souhaite plus de puissance motrice : décollage, combat aérien, etc.

4/ La post-combustion consomme beaucoup de carburant. De plus, elle implique des vitesses d'éjection et des températures plus élevées dans le turboréacteur, et donc des contraintes mécaniques et thermiques élevées.

## III – Turboréacteur d'avion de transport

13 - 1/ Encore des premiers principes, avec les mêmes hypothèses que pour le compresseur de la partie précédente.

$$w_{i12} = c_p(T_2 - T_1) = 66 \text{ kJ/kg}$$

$$w_{i12} = c_p(T_3 - T_2) = 340 \text{ kJ/kg}$$

Attention, les débits dans ces deux éléments ne sont pas les mêmes. Celui dans la soufflante est  $\alpha + 1 = 5$  fois supérieur à celui dans le compresseur, si bien que la puissance nécessaire pour faire

tourner la soufflante est presque identique à celle nécessaire pour faire tourner le compresseur ( $5 \times 66 = 330 \simeq 340$ ).

2/ Il faut raisonner en terme de puissance : la puissance développée par la turbine sert à faire tourner la soufflante et le compresseur, on a donc

$$D_{mI}w_{i45} + D_{mI}w_{i23} + (D_{mI} + D_{mII})w_{i12} = 0.$$

Notons  $\alpha = D_{mII}/D_{mI} = 4$ .

On utilise également l'expression  $w_{i45} = c_p(T_5 - T_4)$  (premier principe à la turbine, mêmes hypothèses que dans la partie précédente).

On a donc  $T_5 = T_4 - \frac{D_{mI}w_{i23} + (D_{mI} + D_{mII})w_{i12}}{D_{mI}c_p}$ , soit encore

$$T_5 = T_4 - [(T_3 - T_2) + (1 + \alpha)(T_2 - T_1)] = 655 \text{ K.}$$

14 - 1/  $\mathcal{P}_{\text{cin,I}} = D_{mI}c_p(T_5 - T_6) = 4.6 \text{ MW.}$

2/  $\mathcal{P}_{\text{cin,II}} = D_{mII}c_p(T_2 - T_7) = 13.2 \text{ MW.}$

On remarque que c'est la tuyère en sortie de la soufflante qui produit le plus de puissance motrice.

15 - On a  $\mathcal{P}_{\text{th,C}} = D_m c_p (T_4 - T_3) = 31.1 \text{ MW,}$  et donc  $\eta_{\text{th,C}} = \frac{\mathcal{P}_{\text{cin,I}} + \mathcal{P}_{\text{cin,II}}}{\mathcal{P}_{\text{th,C}}} = 0.57.$

## IV – Comparaison

16 - On remarque que ce sont les chiffres que nous avons trouvés dans les parties précédentes.

17 - Les vitesses de sortie de l'air étant plus faibles pour le réacteur de classe C, l'écoulement reste subsonique tout au long du dispositif. Ceci permet probablement de générer moins de contraintes mécaniques et une simplification dans l'optimisation du réacteur.

18 - Les réacteurs de type C sont trop encombrants et trop lourds pour des avions de chasse. Ils sont probablement moins réactifs car il n'y a pas de possibilité de passer en post-combustion.

**Remarque :** Le sujet n'aborde pas la notion de force de poussée du réacteur, qui est une caractéristique essentielle et qui va jouer sur le choix de l'un ou de l'autre. Les avions de ligne étant plus lourds, il faut une poussée importante.

Cette force de poussée est donnée par  $F = \rho(v_s - v_{\text{avion}}) \times D_v = D_m(v_s - v_{\text{avion}})$  avec  $D_m$  le débit massique dans le référentiel de l'avion,  $v_{\text{avion}}$  la vitesse de l'avion, et  $v_s$  la vitesse d'éjection des gaz dans le référentiel de l'avion. On voit donc déjà que pour une forte poussée il faut un débit massique important (cas des avions de ligne grâce à la soufflante), et également que si la vitesse de l'avion est élevée il faut une vitesse d'éjection d'autant plus élevée (cas des avions de chasse).

Enfin, l'énoncé ne permet pas vraiment de comprendre le rôle de la soufflante. En exprimant littéralement jusqu'au bout les diverses températures, on obtient  $\mathcal{P}_{\text{cin,I}} + \mathcal{P}_{\text{cin,II}} = \mathcal{P}_{\text{th,C}} - D_{mI}c_p T_1 [(\tau_{12}\tau_{23})^{(\gamma-1)/\gamma} - 1]$ , et donc

$$\eta_{\text{th,C}} = 1 - \frac{D_{mI}c_p [(\tau_{12}\tau_{23})^{(\gamma-1)/\gamma} - 1]}{D_{k,C} p_k}.$$

Le rapport  $\alpha = D_{mI}/D_{mII}$  se simplifie dans les calculs, et donc la puissance motrice, et le rendement du moteur, ne dépendent en fait pas de  $\alpha$  : quel que soit le débit imposé dans la soufflante ces deux quantités restent les mêmes.

On imagine cependant que  $\alpha$  et donc  $D_{mII}$  influent sur la force de poussée.