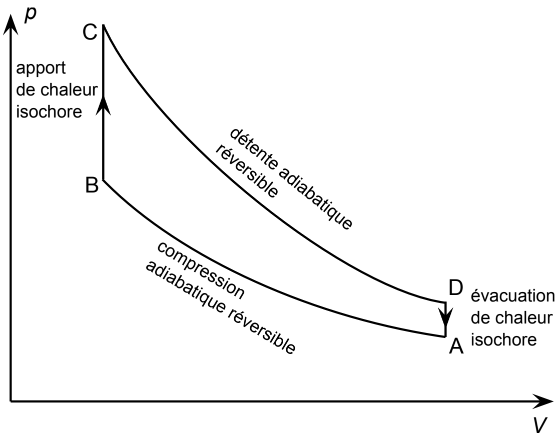
Partie II : Thermodynamique et mécanique des fluides
Rappels de thermodynamique

Correction – DM 5 – Étude du cycle du moteur à explosion

1 -



2 - (a) - Système : n moles de gaz supposé parfait.

Transformation : isochore, entre les états

$$\text{État initial}\left|\begin{array}{l}T_B\\p_B\\V_B\end{array}\right. \xrightarrow{\text{isochore, GP}} \text{État final}\left|\begin{array}{l}T_C\\p_C\\V_C=V_B\end{array}\right.$$

⋆ Le travail reçu par le système est nul car le volume ne varie pas.

⋆ Le premier principe appliqué au système au cours de la transformation indique donc que $\Delta U_{BC} = Q_{BC}$.

⋆ On utilise le modèle du gaz parfait, donc $\Delta U_{BC} = C_V(T_C - T_B) = \dfrac{nR}{\gamma-1}(T_C - T_B)$.

⋆ On a donc $\boxed{Q_{BC} = \dfrac{nR}{\gamma-1}(T_C - T_B)}$.

2 - (b) - On a $Q_{BC} > 0$ car $T_C > T_B$. C'est donc bien une chaleur reçue par le mélange air-carburant. Ce qui fournit cette énergie thermique est la combustion du mélange, qui est déclenchée par l'étincelle de la bougie.

3 - (a) - On peut réappliquer les résultats de la questions 1.a : en 1.a on avait une transformation isochore entre les états B et C, ici on a la même transformation mais entre les états D et A, d'où $\boxed{Q_{DA} = \dfrac{nR}{\gamma-1}(T_A - T_D)}$.

(b) - On a $Q_{DA} < 0$ car $T_A < T_D$. C'est donc le mélange air-carburant qui cède un transfert thermique vers le milieu extérieur. Dans le cycle réel, l'étape DA correspond au renouvellement du mélange air-carburant dans le cylindre. Il y a donc évacuation du mélange qui est à la température T_D vers le milieu extérieur. Comme T_D est une température élevée, ceci revient à dire qu'il y a un transfert thermique vers le milieu extérieur.

4 - (a) - Système : mélange air-carburant. Transformation : un cycle de fonctionnement.

⋆ U étant une fonction d'état, sa variation pendant un cycle est nulle : $\Delta U = 0$.

⋆ On applique le premier principe au système pendant un cycle : $0 = \Delta U = W + Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CD} + Q_{DA}$.

⋆ Or $Q_{AB} = 0$ et $Q_{CD} = 0$ car AB et CD sont des transformations adiabatiques.

⋆ On en déduit que le travail reçu par le mélange air-carburant lors d'un cycle est $\boxed{W = -Q_{BC} - Q_{DA}}$.

(b) - Pour que le système {mélange air-carburant} fournisse effectivement un travail au milieu extérieur (donc au piston puis au reste de la chaine de transmission), il faut que $\boxed{W < 0}$.

Au cours du cycle, ce travail est produit uniquement au cours des évolutions AB et CD (car les deux autres sont isochores). AB est une compression du mélange air-carburant, pour laquelle il faut fournir un travail (donc $W_{AB} > 0$). CD est une détente, qui a pour effet de fournir du travail au piston et donc au milieu extérieur ($W_{CD} < 0$). C'est donc lors de la détente CD que le travail est fourni au milieu extérieur.

5 - Le rendement (thermique ou non) est défini comme la grandeur utile divisée par la grandeur qui a un coût, ou qu'il faut fournir au système pour qu'il fonctionne.

⋆ Ici la grandeur utile est le travail récupéré au cours d'un cycle, donc $-W$.

⋆ La grandeur coûteuse est la chaleur à fournir lors de l'échauffement BC (qui en pratique est fournie par la détonation du mélange, le coût est donc celui du carburant injecté).

⋆ On a donc $\boxed{\eta = \dfrac{-W}{Q_{BC}}}$.

⋆ En utilisant 4.a, on montre que $\eta = \dfrac{-W}{Q_{BC}} = \dfrac{Q_{BC} + Q_{DA}}{Q_{BC}} = 1 + \dfrac{Q_{DA}}{Q_{BC}}$.

⋆ Puis on utilise les relations des questions 2.a et 3.a et on obtient $\boxed{\eta = 1 + \dfrac{T_A - T_D}{T_C - T_B}}$.

6 - (a) - $\star$ On utilise le fait que AB et CD sont des transformation adiabatiques réversibles d'un gaz parfait, pour lesquelles la loi de Laplace s'applique : on a donc $T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1}$ d'une part, et $T_C V_C^{\gamma-1} = T_D V_D^{\gamma-1}$ d'autre part. Pour faire intervenir le moins possible d'inconnues, on utilise dans cette dernière relation le fait que $V_C = V_B$ et $V_D = V_A$. On a donc

$$\begin{cases} T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1} \\ T_C V_B^{\gamma-1} = T_D V_A^{\gamma-1} \end{cases} \Rightarrow \quad \begin{cases} T_B = T_A (V_A/V_B)^{\gamma-1} = T_A \alpha^{\gamma-1} \\ T_C = T_D (V_A/V_B)^{\gamma-1} = T_D \alpha^{\gamma-1} \end{cases}.$$

$\star$ On a ensuite $\eta = 1 + \dfrac{T_A - T_D}{T_C - T_B} = \eta = 1 + \dfrac{T_A - T_D}{T_D \alpha^{\gamma-1} - T_A \alpha^{\gamma-1}} = 1 - \dfrac{1}{\alpha^{\gamma-1}}$.

Finalement : $\boxed{\eta = 1 - \alpha^{1-\gamma}}$.

(b) - On a $\alpha = 10$ ici. On trouve donc $\boxed{\eta = 0.60}$.

η augmente avec le rapport de compression.

Remarque : On pourrait donc penser qu'il suffit d'augmenter indéfiniment α pour avoir de bons rendements. C'est en réalité impossible car pour des compressions trop importantes les températures et pressions atteintes dans la chambre sont très élevées et (i) imposent trop de contraintes mécaniques, (ii) font que le mélange air-carburant risque de s'auto-enflammer avant l'étincelle fournie par la bougie et donc avant que le piston soit en haut, ce qui fait que le cycle ne se déroule pas correctement.

(c) - Le rendement théorique est supérieur au rendement réel. Ce rendement théorique correspond au modèle d'un cycle réversible. Il est donc maximal. En réalité, diverses sources d'irréversibilité vont faire diminuer le rendement : frottements du piston dans le cylindre, gradients thermiques importants. De plus, la compression et la détente ne sont pas exactement adiabatiques, et il y a donc un transfert thermique vers l'extérieur lors de ces étapes qui est perdu. L'étape de renouvellement de l'air dans le cylindre, ignorée dans le modèle, nécessite également du travail.

Remarque : Le rendement réel de 25 à 30% correspond au rapport entre le travail récupéré à la sortie du moteur et la chaleur fournie par la combustion. Le rendement global d'un véhicule est encore plus faible, d'abord parce que la combustion du carburant est parfois incomplète, ce qui fait que la chaleur récupérée n'est pas maximale, et ensuite parce que le travail produit par le moteur va servir en partie à combattre les frottements solides entre les pneus et la route et les frottements dus à l'air.

7 - (a) - Système : n moles de gaz supposé parfait.

Transformation : adiabatique réversible, entre les états

$$\text{État initial} \left| \begin{array}{l} T_A = 290\,\text{K} \\ p_A = p_0 = 1.0\,\text{bar} \\ V_A \end{array} \right. \quad \rightarrow \quad \text{État final} \left| \begin{array}{l} T_B \\ p_B \\ V_B = V_A/\alpha \end{array} \right.$$

Il s'agit d'une transformation adiabatique réversible pour un gaz parfait, on a donc la loi de Laplace : $T_B V_B^{\gamma-1} = T_A V_A^{\gamma-1}$, d'où $\boxed{T_B = T_A\,\alpha^{\gamma-1}}$. On trouve $T_B = 728\,\text{K}$, soit $\boxed{T_B = 7.3 \times 10^2\,\text{K}}$.

(b) - Système : n moles de gaz supposé parfait.

Transformation : isochore, apport de chaleur $q_m = 23\,\text{kJ/mol}$, entre les états

$$\text{État initial} \left| \begin{array}{l} T_B = 728\,\text{K} \\ p_B \\ V_B \end{array} \right. \quad \rightarrow \quad \text{État final} \left| \begin{array}{l} T_C \\ p_C \\ V_C = V_B \end{array} \right.$$

On le transfert thermique Q reçu par les n moles de gaz : $Q = n q_m$. On applique donc le premier principe pour le système et la transformation indiqué ci-dessus, et on utilise l'expression de ΔU pour un gaz parfait : on a $\dfrac{nR}{\gamma - 1}(T_C - T_B) = \Delta U = W + Q = Q = n q_m$.

On a donc $\boxed{T_C = T_B + \dfrac{\gamma - 1}{R} q_m}$. On trouve $T_C = 1844\,\text{K}$, soit $\boxed{T_C = 1.8 \times 10^3\,\text{K}}$.

(c) - On utilise $\dfrac{p_C V_C}{T_C} = nR = \dfrac{p_A V_A}{T_A} = \dfrac{p_A \alpha V_C}{T_A}$, d'où $\boxed{p_C = p_0\,\alpha \dfrac{T_C}{T_A}}$. On trouve $p_C = 63.6\,\text{bar}$, soit $\boxed{p_C = 64\,\text{bar}}$.