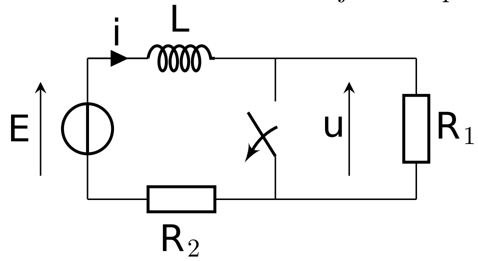
Devoir Surveillé

DS 1

I Étincelle de rupture à l'ouverture d'un circuit inductif

L'objectif de cet exercice est d'étudier la surtension qui apparaît aux bornes de l'interrupteur lorsque l'on ouvre un circuit inductif. Ce phénomène est par exemple utilisé pour amorcer l'éclairage des néons que vous avez l'habitude de voir tous les jours au plafond du lycée et ailleurs.



On considère donc le circuit ci-contre, qui comporte une bobine. L'interrupteur sera d'abord considéré fermé, puis brusquement ouvert. On s'intéressera à la tension u pour voir si notre modélisation prédit quelque chose de remarquable.
On prendra $E = 10\,\mathrm{V}$, $L = 1.0\,\mathrm{H}$, $R_1 = 50\,\mathrm{k\Omega}$, $R_2 = 1.0\,\mathrm{k\Omega}$.

I.1 Régime permanent avec interrupteur fermé

On considère que l'interrupteur est fermé depuis longtemps, si bien que l'on est en régime permanent.

1 – Justifier sans calcul que l'intensité traversant la résistance R_1 est nulle.

2 – Que vaut l'intensité du courant dans la bobine ? Et la tension u ?

I.2 Régime transitoire après l'ouverture de l'interrupteur

On ouvre l'interrupteur. On définit l'instant $t = 0$ comme celui où l'interrupteur est brusquement ouvert.

3.a – Déterminer, sans résoudre d'équation différentielle, la valeur de l'intensité qui traverse la bobine une fois le régime permanent atteint. On notera i_∞ cette valeur.

3.b – En déduire la valeur u_∞ de u au bout d'un temps long.

4.a – Que vaut la valeur de i à $t = 0^+$, juste après l'ouverture de l'interrupteur ? On la notera $i(0^+)$.

4.b – En déduire la valeur $u(0^+)$ de la tension aux bornes de l'interrupteur juste après l'ouverture de l'interrupteur.

4.c – Faire l'application numérique pour $i(0^+)$ et pour $u(0^+)$.

On étudie maintenant le régime transitoire qui suit l'ouverture de l'interrupteur.

5 – Établir l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$.

6 – Résoudre l'équation différentielle précédente et montrer que

$$i(t) = \frac{E}{R_1 + R_2}\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\mathrm{e}^{-t/\tau}\right) \tag{1}$$

avec $\tau = \dfrac{L}{R_1 + R_2}$.

7 – En déduire l'expression de $u(t)$, et tracer l'allure de $u(t)$ sur un graphique.

I.3 Commentaires sur la valeur élevée de u

La partie précédente montre que u prend une valeur élevée à $t = 0^+$, juste après ouverture de l'interrupteur. Dans le cas où on remplace la résistance R_1 par un circuit ouvert, on voit que la formule pour $u(0^+)$ prédit une tension infinie.

Pour mieux comprendre ce qu'il se passe alors, on fournit le document suivant, issu de Wikipedia :

Sous de fortes tensions, les électrons qui composent les atomes des molécules de l'air sont littéralement arrachés à leur orbite de valence pour participer à la conduction électrique : la foudre traverse alors l'atmosphère. La valeur du champ disruptif de l'air la plus communément admise est :

$$\|\vec{E}_{\text{disruptif}}(\text{air})\| \approx 3{,}6 \times 10^6 \ \mathrm{V \cdot m^{-1}} \approx 36\,000 \ \mathrm{V \cdot cm^{-1}} \tag{2}$$

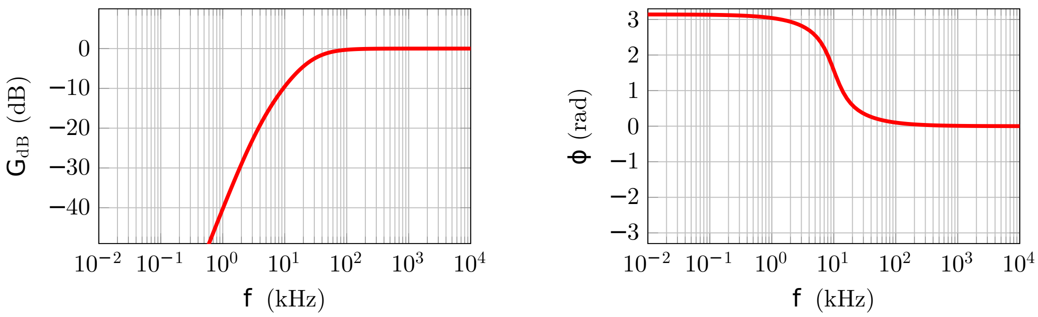
On peut interpréter de manière très simple cette formule en disant que, dans de l'air sec, il faut une différence de potentiel de 36 000 volts pour faire une étincelle entre deux électrodes planes distantes de 1 centimètre.

8 – Lorsque l'on ouvre l'interrupteur, on peut considérer que les parties métalliques qui étaient en contact ne le sont plus, et qu'elles sont distantes de 1 mm. Quelle doit être la valeur de u pour atteindre la valeur du champ disruptif ?

9 – Si u dépasse la valeur correspondant au champ disruptif, que se passe-t-il ?

II Lecture de diagramme de Bode

On considère un filtre qui a le diagramme de Bode suivant :



10 – Identifier la nature du filtre, son ordre, et une valeur approchée de sa fréquence de coupure.

On envoie en entrée de ce filtre le signal

$$e(t) = E_0 + E_0 \cos(\omega t) + E_0 \cos(10\omega t + \pi/4) + E_0 \cos(100\omega t), \tag{3}$$

où la fréquence du fondamental est $f = \omega/(2\pi) = 1\,\mathrm{kHz}$.

11 – Déterminer l'expression $s(t)$ du signal de sortie du filtre.